108 學測專刊

破解學測

關鍵報告

數學

■永春高中 / 曾慶良老師

泰宇出版

108 年大學學測數學科試題分析

壹、試題分析

108 年大學學測數學科試題考題，著重對於基本概念的認知而非計算能力，在檢驗學生對於高中課程的基本理解，絕大部分問題只要能善加運用基本概念，即可拿取高分。

在單選題部分，皆是考較爲學科知識性的概念，並沒有需要非常多的複合思考，幾乎是只要看懂題目，代入基本公式或定理，即可以得到答案。例如單選第 6 題原本需要用複雜的二維數據分析計算最適合直線，但因爲題目中的相關係數爲 –0.99，因此可用斜率的概念推得，整體難度爲中間偏易。

在多選題的部分有些題目文字敘述較長，需要較多的時間來理解題目所給的資訊，有好幾個問題是可以舉反例，說明選項敘述的錯誤。而排列組合與計數原理則是占分比較多的單元，另外像第 11 題試題取材生活型態試題（癌症檢測），考驗學生資料整理與數據判讀能力，只要讀懂題目並配合畫表格或樹狀圖即可解決，整體難度爲中等。

在選填題部分，需要較多的計算，也需要對於所學的觀念有較多程度的理解。例如選填 C 題從學生每天會接觸的操場求直線跑道的長度考素養問題；選填 D 題融入公投時事，與剛經過的選舉時事作呼應，是考題中較有創意的出題；而選填題中 G 題難度較高，需要比較複雜的解題技巧，需要充分利用題目資訊，活用幾何與平面幾何概念，才可找出相對應解法。

貳、對於來年作大學學測的準備建議

(1) 需要透澈理解學習單元的基本觀念、定理、公式與性質。

(2) 要常讀生活素養情境試題，以培養對於問題理解的分析閱讀和統整能力。

(3) 平時訓練能將抽象問題轉化爲圖表、幾何圖形或數學式。

(4) 訓練在學習時正確敘述要能清楚說明觀念、錯誤敘述要能舉出反例。

冊次 / 題數	一	二	三	四
1	填 C（CH1）	填 D（CH2）	填 E（CH1）	填 G（CH1）
2	多 12（CH2）	多 11（CH3）	多 10（CH1）	填 F（CH1）
3	多 8（CH1）	多 9（CH2）	單 1（CH2）	填 B（CH3）
4	單 5（CH3）	多 7（CH1）		填 A（CH2）
5	單 3（CH3）	單 6（CH4）		多 12（CH1）
6	單 2（CH1）	單 4（CH2）		

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

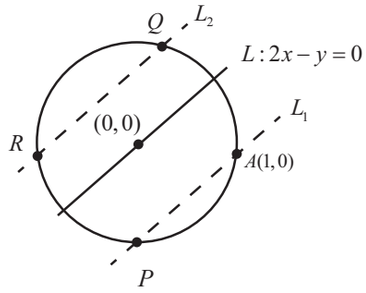
1. 點 $A(1,0)$ 在單位圓 $\Gamma: x^2+y^2=1$ 上。試問：Γ 上除了點 A 以外，還有幾個點到直線 $L: y=2x$ 的距離，等於 A 點到 L 的距離？

(1) 1 個　(2) 2 個　(3) 3 個　(4) 4 個　(5) 0 個。

難易度　中偏易

答　案　(3)

出　處　第三冊第二章圓與直線的關係



試題解析　$L: y=2x \Rightarrow 2x-y=0$，

設圓心 $O(0,0)$ 代入 $L: 2x-y=0$，

可知直線 L 通過圓心 O（如圖）。

由 L 作過 A 點平行 L 的直線 L_1，L_1 對 L 作對稱直線 L_2。

則可知還有 3 個圓上的點 P、Q、R。

2. 下列哪一個選項是方程式 $x^3-x^2+4x-4=0$ 的解？（註：$i=\sqrt{-1}$）

(1) $-2i$　(2) $-i$　(3) i　(4) 2　(5) 4。

難易度　中偏易

答　案　(1)

出　處　第一冊第一章多項式方程式

試題解析　$x^3-x^2+4x-4=0$

$\Rightarrow x^2(x-1)+4(x-1)=0$

$\Rightarrow (x-1)(x^2+4)=0$

$\Rightarrow x=1$ 或 $x^2=-4$

$\Rightarrow x=1$ 或 $x=\pm\sqrt{-4}=\pm 2i$，

則 $x=1、\pm 2i$。

3. 請問共有多少組正整數 (k,m,n) 滿足 $2^k4^m8^n=512$？
(1) 1 組　(2) 2 組　(3) 3 組　(4) 4 組　(5) 0 組。

難易度　中

答案　(3)

出處　第一冊第三章指數、第二冊第二章計數原理

試題解析　$2^k\times4^m\times8^n=512$

$\Rightarrow 2^k\times2^{2m}\times2^{3n}=2^9$

$\Rightarrow 2^{k+2m+3n}=2^9$

則 $k+2m+3n=9$。

討論：（k,m,n 爲正整數）

n	1		2
m	1	2	1
k	4	2	1
	2 組		1 組

則共 $2+1=3$ 組。

4. 廚師買了豬、雞、牛三種肉類食材以及白菜、豆腐、香菇三種素類食材。若廚師想用完這六種食材作三道菜，每道菜可以只用一種食材或用多種食材，但每種食材只能使用一次，且每道菜一定要有肉，試問食材的分配共有幾種方法？
(1) 3　(2) 6　(3) 9　(4) 18　(5) 27。

難易度　中偏難

答案　(5)

出處　第二冊第二章排列組合

試題解析　(1) 每道菜一定有肉，且每種食材只能用一次，則每道菜限一種肉。
(2) 每道菜可用多種素類，且每種素類限用一次。
由 (1)、(2) 知，素類選肉類：$3^3=27$。

5. 設正實數 b 滿足 $(\log 100)(\log b)+\log 100+\log b=7$。試選出正確的選項。

(1) $1\le b\le\sqrt{10}$　(2) $\sqrt{10}\le b\le 10$　(3) $10\le b\le 10\sqrt{10}$

(4) $10\sqrt{10}\le b\le 100$　(5) $100\le b\le 100\sqrt{10}$。

難易度　中

答案　(4)

出處　第一冊第三章對數與對數方程式

試題解析

$(\log 100)(\log b)+\log 100+\log b=7$

$\Rightarrow 2\log b+\log b+2=7$

$\Rightarrow 3\log b=5$，

則 $\log b=\frac{5}{3}\Rightarrow b=10^{\frac{5}{3}}$。

因爲 $10^{1.5}<b=10^{\frac{5}{3}}<10^2$，

又 $10^{1.5}=10\times 10^{0.5}=10\sqrt{10}$；

$10^2=100$，

得 $10\sqrt{10}<b<100$。

6. 某超商依據過去的銷售紀錄，冬天平均氣溫在 6℃ 到 24℃ 時，每日平均售出的咖啡數量與當天的平均氣溫之相關係數爲 –0.99，部分紀錄如下表。

平均氣溫（℃）	11	13	15	17	19	21
平均售出量（杯）	512	437	361	279	203	135

某日平均氣溫爲 8℃，依據上述資訊推測，試問該日賣出的咖啡數量應接近下列哪一個選項？

(1)570 杯　(2)625 杯　(3)700 杯　(4)755 杯　(5)800 杯。

難易度　中

答案　(2)

出處　第二冊第四章二維數據分析

試題解析

因爲 $r=-0.99\approx -1$，

幾乎已完全負相關，

則可視爲 $A(11,512)$、$B(13,437)$、$C(8,t)$ 爲一直線上三點

$\Rightarrow m_{\overline{AB}}=m_{\overline{AC}}\Rightarrow\frac{512-437}{11-13}=\frac{512-t}{11-8}\Rightarrow\frac{75}{-2}=\frac{512-t}{3}$

故 $t=624.5\approx 625$。

二、多選題（占 35 分）

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 設各項都是實數的等差數列 $a_1,a_2,a_3,\cdots$ 之公差爲正實數 α。試選出正確的選項。

(1) 若 $b_n=-a_n$，則 $b_1>b_2>b_3>\cdots$

(2) 若 $c_n=a_n^2$，則 $c_1<c_2<c_3<\cdots$

(3) 若 $d_n=a_n+a_{n+1}$，則 $d_1,d_2,d_3,\cdots$ 是公差爲 α 的等差數列

(4) 若 $e_n=a_n+n$，則 $e_1,e_2,e_3,\cdots$ 是公差爲 $\alpha+1$ 的等差數列

(5) 若 f_n 爲 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的算術平均數，則 $f_1,f_2,f_3,\cdots$ 是公差爲 α 的等差數列。

難易度 中

答案 (1)(4)

出處 第二冊第一章數列與級數

試題解析

設數列 $<a_n>:a_1,a_2,a_3,\cdots$

公差 $d=a_2-a_1=a_3-a_2=\cdots=\alpha>0$

則 $a_1<a_2<a_3<\cdots$

(1) 若 $b_n=-a_n\Rightarrow<b_n>:-a_1,-a_2,-a_3,\cdots$

因爲 $a_1<a_2<a_3<\cdots\Rightarrow-a_1>-a_2>-a_3>\cdots$，

則 $b_1>b_2>b_3\cdots$，(1) 正確。

(2) 若 $c_n=a_n{}^2\Rightarrow<c_n>:a_1{}^2,a_2{}^2,a_3{}^2,\cdots$

反例 $<a_n>:-1,0,1,2,\cdots$

則 $<c_n>:1,0,1,4,\cdots$ 則 $c_1>c_2$，(2) 錯誤。

(3) 若 $d_n=a_n+a_{n+1}$

因爲 $<a_n>:a_n=a_1+(n-1)\times\alpha$

$\Rightarrow a_{n+1}=a_1+n\times\alpha$

因爲 $a_n+a_{n+1}=2a_1+(2n-1)\alpha$

則 $d_n=2a_1+(2n-1)\alpha$

$d_{n+1}=a_{n+1}+a_{n+2}=2a_1+(2n+1)\alpha$

$\Rightarrow d_{n+1}-d_n=2\alpha$

故公差爲 2α，(3) 錯誤。

(4) 若 $e_n = a_n + n = a_1 + (n-1)\alpha + n$

$\Rightarrow e_{n+1} = a_{n+1} + (n+1) = a_1 + n\alpha + (n+1)$

則公差 $e_{n+1} - e_n = \alpha + 1$，(4) 正確。

(5) 因爲 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \dfrac{n[2a_1 + (n-1)\alpha]}{2}$

$\Rightarrow f_n = \dfrac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} = \dfrac{2a_1 + (n-1)\alpha}{2}$

則 $f_{n+1} = \dfrac{2a_1 + n\alpha}{2}$

故公差 $f_{n+1} - f_n = \dfrac{\alpha}{2}$，(5) 錯誤。

8. 在數線上，甲從點 -8 開始做等速運動，同時乙也從點 10 開始做等速運動，乙移動的速率是甲的 a 倍，且 $a > 1$。試選出正確的選項。

(1) 若甲朝負向移動而乙朝正向移動，則他們會相遇

(2) 若甲朝負向移動且乙朝負向移動，則他們不會相遇

(3) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，則乙先到達原點 0

(4) 若甲朝正向移動且乙朝正向移動，則他們之間的距離會越來越大

(5) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，且他們在點 -2 相遇，則 $a = 2$。

難易度 中偏易

答案 (4)(5)

出處 第一冊第一章數與數線

試題解析 (1) 甲由 -8 向左，乙由 10 向右，則必不相遇，(1) 錯誤。

(2) 甲、乙向左移，且乙爲甲的 a 倍（$a > 1$），則必相遇，(2) 錯誤。

(3) 乙未必先到原點，反例：設 $a = 1.1$ 每次甲走 k 單位，

最後坐標甲與乙要相遇

$\Rightarrow -8 + k = 10 - 1.1k$

$\Rightarrow 2.1k = 18$

得 $k \approx 8.57$

則最後在 $-8 + 8.57 = 0.57$ 相遇，甲先經原點（乙此時未到過原點）。

(3) 錯誤。

(4) 因乙速爲甲速的 a 倍（$a > 1$），則甲、乙距離會隨時間變大，(4) 正確。

(5) 在 (-2) 相遇，則甲走 6 單位，乙走 12 單位

得乙速爲甲速的 2 倍，

故 $a = 2$，(5) 正確。

9. 從 1,2,3,4,5,6,7 這七個數字中隨機任取兩數。試選出正確的選項。

(1) 其和大於 10 的機率爲 $\frac{1}{7}$　(2) 其和小於 5 的機率爲 $\frac{1}{7}$

(3) 其和爲奇數的機率爲 $\frac{4}{7}$　(4) 其差爲偶數的機率爲 $\frac{5}{7}$

(5) 其積爲奇數的機率爲 $\frac{2}{7}$。

難易度 中

答　案 (3)(5)

出　處 第二冊第二章排列組合

試題解析 (1) 和大於 10：(4,7)、(5,6)、(5,7)、(6,7)

機率 $P=\frac{4}{C_2^7}=\frac{4}{21}$

(2) 和小於 5：(1,2)、(1,3)

機率 $P=\frac{2}{C_2^7}=\frac{2}{21}$

(3) 和爲奇：取 1 奇，1 偶

機率 $P=\frac{C_1^3\times C_1^4}{C_2^7}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$

(4) 差爲偶：取 2 奇或 2 偶

機率 $P=\frac{C_2^4+C_2^3}{C_2^7}=\frac{6+3}{21}=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$

(5) 積爲奇：取 2 奇

機率 $P=\frac{C_2^4}{C_2^7}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$

10. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $50°\le\angle A<\angle B\le 60°$。試選出正確的選項。

(1) $\sin A<\sin B$　(2) $\sin B<\sin C$　(3) $\cos A<\cos B$　(4) $\sin C<\cos C$　(5) $\overline{AB}<\overline{BC}$。

難易度 中偏難

答案 (1)(2)

出處 第三冊第一章三角

試題解析

(1) 因爲 $50°\le\angle A<\angle B$，

而 0°～90° 的 sin 值遞增，

故 $\sin A<\sin B$，(1) 正確。

(2) 因爲 $50°\le\angle A\le 60°$，

$50°\le\angle B\le 60°$，

$\Rightarrow 100°\le\angle A+\angle B\le 120°$，

$\angle C=180°-(\angle A+\angle B)$，

故 $60°\le\angle C\le 80°$，

則 $50°\le\angle B\le 60°\le\angle C\le 80°$，

故 $\sin B<\sin C$，(2) 正確。

(3) 0°～90° 的 cos 值遞減，

故 $\cos A>\cos B$，(3) 錯誤。

(4) 因爲 $60°\le\angle C\le 80°$，

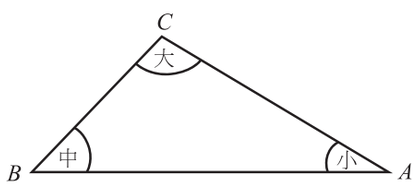
在 45°～90° 時，sin 值大於 cos 值，

故 $\sin C>\cos C$，(4) 錯誤。

(5) 由銳角 △ 邊角關係（大角對大邊），

因爲 $\angle C>\angle A$，

故 $\overline{AB}>\overline{BC}$，(5) 錯誤。



11. 某地區衛生機構成功訪問了 500 人，其中年齡爲 50－59 歲及 60 歲（含）以上者分別有 220 名及 280 名。這 500 名受訪者中，120 名曾做過大腸癌篩檢，其中有 75 名是在一年之前做的，有 45 名是在一年之內做的。已知受訪者中，60 歲（含）以上者曾做過大腸癌篩檢比率是 50－59 歲者曾做過大腸癌篩檢比率的 3.5 倍。試選出正確的選項。

(1) 受訪者中年齡爲 60 歲（含）以上者超過 60%

(2) 由受訪者中隨機抽取兩人，此兩人的年齡皆落在 50－59 歲間的機率大於 0.25

(3) 由曾做過大腸癌篩檢的受訪者中隨機抽取兩人，其中一人在一年之內受檢而另一人在一年之前受檢的機率爲 $2\cdot(\frac{45}{120})(\frac{75}{119})$

(4) 這 500 名受訪者中，未曾做過大腸癌篩檢的比率低於 75%

(5) 受訪者中 60 歲（含）以上者，曾做過大腸癌篩檢的人數超過 90 名。

難易度 難

答　案 (3)(5)

出　處 第二冊第三章三角

試題解析 (1)

受訪年齡	50－59	60 以上
人數	220	280

60 歲以上機率 $P=\frac{280}{500}=56\%$，(1) 錯誤。

(2) 50－59 歲以上機率 $P=\frac{220}{500}=44\%$，

則抽訪兩人皆爲 50－59 歲機率，

$P=0.44\times0.44=19.36\%<25\%$，(2) 錯誤。

(3) 做過檢測 120 $<$ 75（一年前），45（一年內），

則抽訪一位（一年內），一位（一年前），

機率 $P=\frac{75\times45}{C_2^{120}}=\frac{2\times75\times45}{120\times119}$，(3) 正確。

(4) P（未做檢測）$=\frac{380}{500}=76\%$，(4) 錯誤。

(5) $120\div(3.5+1)\approx26$ 則做過檢測 120人 $<$ $26\times3.5=94$人（60歲以上），26人（50－59歲），

(5) 正確。

12. 設 $f_1(x), f_2(x)$ 爲實係數三次多項式，$g(x)$ 爲實係數二次多項式。已知 $f_1(x), f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式分別爲 $r_1(x), r_2(x)$。試選出正確的選項。

(1) $-f_1(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式爲 $-r_1(x)$

(2) $f_1(x)+f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式爲 $r_1(x)+r_2(x)$

(3) $f_1(x)f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式爲 $r_1(x)r_2(x)$

(4) $f_1(x)$ 除以 $-3g(x)$ 的餘式爲 $\frac{-1}{3}r_1(x)$

(5) $f_1(x)r_2(x)-f_2(x)r_1(x)$ 可被 $g(x)$ 整除。

難易度 中

答案 (1)(2)(5)

出處 第一冊第二章多項式

試題解析 由題設 $h_1(x)$、$h_2(x)$ 分別爲 $f_1(x)$、$f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的商，

則 $f_1(x)=g(x)\times h_1(x)+r_1(x)$

$f_2(x)=g(x)\times h_2(x)+r_2(x)$

(1) $-f_1(x)=g(x)\times[(-h_1(x)]-r_1(x)$，(1) 正確。

(2) $f_1(x)+f_2(x)=g(x)\times\left[h_1(x)+h_2(x)\right]+[r_1(x)+r_2(x)]$，(2) 正確。

(3) $f_1(x)\times f_2(x)=g(x)\times\left[g(x)h_1(x)+r_2(x)+h_2(x)r_1(x)\right]+r_1(x)\times r_2(x)$，

但是 $r_1(x)\times r_2(x)$ 有可能爲二次多項式，

則眞正餘式須以 $f_1(x)\times f_2(x)$ 再次除以 $r_1(x)\times r_2(x)$ 才可得，(3) 錯誤。

(4) $f_1(x)=-3g(x)\times(-\frac{1}{3}h_1(x))+r_1(x)$ 餘式爲 $r_1(x)$，(4) 錯誤。

(5) $f_1(x)\times r_2(x)=g(x)h_1(x)r_2(x)+r_1(x)\times r_2(x)$

$f_2(x)\times r_1(x)=g(x)h_2(x)r_1(x)+r_1(x)r_2(x)$

$\Rightarrow f_1(x)\times r_2(x)-f_2(x)\times r_1(x)$

$=g(x)(h_1(x)r_2(x)-h_2(x)r_1(x))$，(5) 正確。

13. 坐標空間中有一平面 P 過 $(0,0,0)$, $(1,2,3)$ 及 $(-1,2,3)$ 三點。試選出正確的選項。

(1) 向量 $(0,3,2)$ 與平面 P 垂直

(2) 平面 P 與 xy 平面垂直

(3) 點 $(0,4,6)$ 在平面 P 上

(4) 平面 P 包含 x 軸

(5) 點 $(1,1,1)$ 到平面 P 的距離是 1。

難易度 中偏難

答案 (3)(4)

出處 第四冊第一章空間向量

試題解析 (1) 設 $A(0,0,0), B(1,2,3), C(-1,2,3)$，

$\overrightarrow{AB}=(1,2,3), \overrightarrow{AC}=(-1,2,3)$，

則求 P 法向量：$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(0,-6,4)$

可取與平面垂直之法向量：$\vec{n}(0,-3,2)$，(1) 錯誤。

(2) 設 $P:0x-3y+2z+k=0$，

代 A 入 $\Rightarrow k=0$，

得 $P:-3y+2z=0$，

xy 平面之一法向量：$\overrightarrow{n_{xy}}(0,0,1)$，

$\overrightarrow{n_{xy}}\cdot\vec{n}=(0,0,1)\cdot(0,-3,2)=2\neq 0$，

則 P 不會與 xy 平面垂直，(2) 錯誤。

(3) 因爲 $P:-3y+2z=0$

將 $(0,4,6)$ 代入：$-3\times 4+2\times 6=0$（合）

則此點在平面 P 上，(3) 正確。

(4) 在 x 軸上任意點 $(t,0,0)$ 代入 P 皆合於方程式

則平面 P 包點 x 軸，(4) 正確。

(5) 因爲 $P:-3y+2z=0$

設 $Q(1,1,1)$

$\Rightarrow d(Q,P)=\dfrac{|-3\times 1+2\times 1|}{\sqrt{(-3)^2+2^2}}=\dfrac{-1}{\sqrt{13}}$，(5) 錯誤。

第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（14 － 30）。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 x,y 爲實數，且滿足 $\begin{bmatrix}3 & -1 & 3\\ 2 & 4 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\ -6\end{bmatrix}$，則 $x+3y=$ ⑭⑮ 。

難易度　中

答案　-4

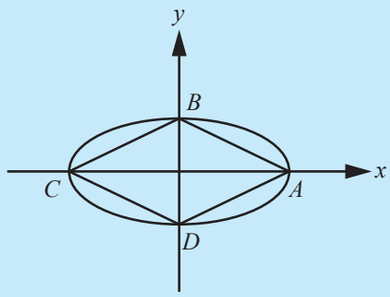
出處　第四冊第二章矩陣

試題解析

$$\begin{cases}3x-y+3=6\\ 2x+4y-1=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\ y=-\frac{3}{2}\end{cases},$$

則 $x+3y=\frac{1}{2}-\frac{9}{2}=\frac{-8}{2}=-4$。

B. 如圖（此爲示意圖），A,B,C,D 是橢圓 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{16}=1$ 的頂點。若四邊形 $ABCD$ 的面積爲 58，則 $a=$ $\frac{⑯⑰}{⑱}$ 。（化爲最簡分數）



難易度　易

答案　$\frac{29}{4}$

出處　第四冊第三章二次曲線

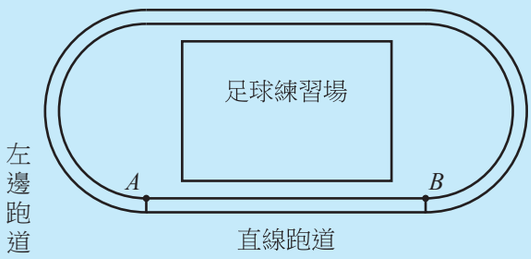
試題解析　由題目 $\overline{AC}=2a,\overline{BD}=2\times4=8$

$\because$ $ABCD$ 面積 $=58$

$$\Rightarrow\frac{2a\times8}{2}=58$$

$$\Rightarrow a=\frac{29}{4}$$

C. 某高中已有一個長 90 公尺、寬 60 公尺的足球練習場。若想要在足球練習場的外圍鋪設內圈總長度爲 400 公尺的跑道，跑道規格爲左右兩側各是直徑相同的半圓，而中間是上下各一條的直線跑道，直線跑道與足球練習場的長邊平行（如示意圖）。則圖中一條直線跑道 $\overline{AB}$ 長度的最大可能整數值爲 ⑲ ⑳ ㉑ 公尺。



難易度 易

答案 105

出處 第一冊第一章數與式

試題解析 設 $\overline{AB}=t$，圓的半徑爲 r，

由題目 $2\pi r+2t=400$，

當 r 最小爲 60 時，因爲 $2r\geq 60\Rightarrow 2t\leq 400-2\pi r\approx 211.6$，

則 t 最大爲 $200-30\pi\approx 105$。

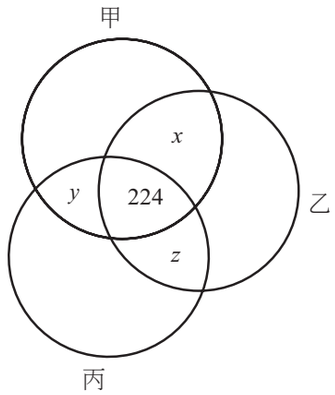
D. 某次選舉中進行甲、乙、丙三項公投案，每項公投案一張選票，投票人可選擇領或不領。投票結束後清點某投票所的選票，發現甲案有 765 人領票、乙案有 537 人領票、丙案有 648 人領票，同時領甲、乙、丙三案公投票的有 224 人，並且每個人都至少領了兩張公投票。根據以上資訊，可知同時領甲、乙兩案但沒有領丙案公投票者共有 ㉒ ㉓ ㉔ 人。

難易度 中

答案 215

出處 第二冊第二章排列組合

試題解析 由題目畫圖如右，則

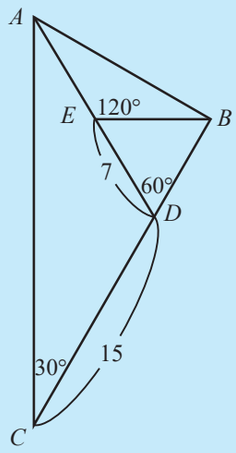


$$\begin{cases} x+y+224=765\cdots① \\ x+z+224=537\cdots② \\ y+z+224=648\cdots③ \end{cases},$$

$$\frac{①+②+③}{2}\Rightarrow x+y+z=639,$$

再與 ③ 式比較得 $x=215$。

E. 如圖（此爲示意圖），在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點，$\overline{BE}$ 交 $\overline{AD}$ 於 E 點，且 $\angle ACB=30°$，$\angle EDB=60°$，$\angle AEB=120°$。若 $\overline{CD}=15$，$\overline{ED}=7$，則 $\overline{AB}=$ ㉕㉖ 。



難易度　中偏難

答案　13

出處　第三冊第一章三角

試題解析　$\triangle BDE$ 中，$\angle BED=180°-120°=60° \Rightarrow \angle EBD=60°$

得 $\triangle BDE$ 爲正三角形 $\Rightarrow \overline{BE}=\overline{BD}=7$。

$\triangle ACD$ 中，$\angle ADC=120° \Rightarrow \angle CAD=180°-120°-30°=30°$

則 $\overline{AD}=\overline{CD}=15 \Rightarrow \overline{AE}=15-7=8$。

$\triangle ABE$ 中，由餘弦定理

$$\overline{AB}^2=\overline{AE}^2+\overline{BE}^2-2\times\overline{AE}\times\overline{BE}\times\cos 120°$$

$$=7^2+8^2-2\times 7\times 8\times(-\frac{1}{2})=169$$

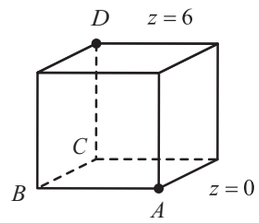
得 $\overline{AB}=13$。

F. 坐標空間中，考慮有一個頂點在平面 $z=0$ 上、且有另一個頂點在平面 $z=6$ 上的正立方體。則滿足前述條件的正立方體之邊長最小可能值爲 ㉗$\sqrt{}$㉘ 。（化成最簡根式）

難易度　中偏易

答案　$2\sqrt{3}$

出處　第四冊第一章空間中的向量



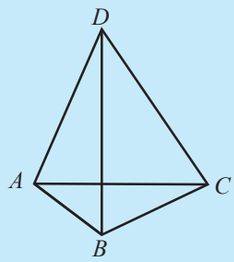
試題解析　如圖，設邊長爲 a，則 $\overline{AC}=\sqrt{2}a$，$\overline{CD}=a$，

頂點 A 在平面 $z=0$ 上，頂點 D 在平面 $z=6$ 上，因爲 $\overline{AD}=6$，

則 $\overline{AD}^2=(\sqrt{2}a)^2+a^2=6^2$，$3a^2=36$，$a^2=12$，

故 $a=2\sqrt{3}$。

G. 如圖（此爲示意圖），A,B,C,D 爲平面上的四個點。
已知 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{BD}$ 兩向量等長且互相垂直，
則 $\tan\angle BAD=$ ㉙㉚ 。

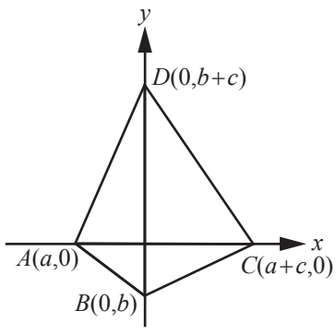


難易度 難

答案 −3

出處 第四冊第一章空間中的向量

試題解析 如右圖，建立坐標系，



設 $A(a,0)$、$B(0,b)$，且 $\overline{AC}=c$，

可得 $C(a+c,0)$ 且 $D(0,b+c)$，

故 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$。

$\Rightarrow(a+c,-b)=(-a,b)+(-a,b+c)$

$\Rightarrow(a+c,-b)=(-2a,2b+c)$

$$\Rightarrow\begin{cases}a+c=-2a\\-b=2b+c\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}3a=-c\\3b=-c\end{cases}$$

$\Rightarrow a:b:c=1:1:(-3)$，

故 $A(a,0)$、$B(0,a)$、$C(2a,0)$ 及 $D(0,2a)$，

得 $m_{\overline{AD}}=2$ 且 $m_{\overline{AB}}=-1$，

故 $\tan\angle BAD=\dfrac{m_{\overline{AD}}-m_{\overline{AB}}}{1+m_{\overline{AD}}\cdot m_{\overline{AB}}}=\dfrac{2-(-1)}{1+2\times(-1)}=\dfrac{3}{1-2}=-3$。