

數學是一種語言，課堂上無論是數學知識的教授，數學技能的訓練，透過讓學生「有感」的學習，目的皆在教導學生於生活情境或學術情境中培養具有邏輯思維與解決問題的能力，也就是培養數學素養能力。如何透過評量來檢核學習的歷程呢？大學學測已朝「素養」甚至「跨領域」方向前進，綜合能力的培養刻不容緩。

### 「實用的規律科學」

生活中處處是數學，是否能看見並且應用就是很重要的能力了，生活中的問題通常比單純條件的數學問題複雜，需要透過跨域整合才能理出其規律與模式。

### 「閱讀理解能力」

數學應用是跨領域的，連結文字及符號語言，透過閱讀理解能力提升跨領域統整。

### 「有感的情境」

對於題型有感覺，較能產生意義，萌發解題的動機。這個情境或許不是生活中常見的情境，舉例來說像是資訊的情境，透過數學素養更能理解資訊程式語言。

### 「正確使用工具的素養」

圓規、三角板、直尺雖說是傳統的工具，但事實上運用這些工具來輔助思維或運算的機會還是偏少的，如再加上計算機、電腦、網路、手機等學習工具。數學的抽象感或許能更具象些。

生活通數學，數學通生活，期許能培養每個孩子「終身學習」的習慣。

# Contents

---

---





	▽		
	0-3		
01	手搖杯店 .....	04	
	0-5		
02	內野高飛球 .....	06	
	1-1		
03	賞鯨之旅 .....	08	
04	紅杉樹 .....	10	
05	古代的智慧 .....	12	
06	求婚計畫 .....	14	
	1-2		
07	無障礙坡道 .....	16	
	1-3		
08	仰望 .....	18	
09	足智多謀 .....	20	
	2-1		
10	數列 .....	22	
11	投資理財 .....	24	
12	費氏數列 .....	26	
	2-2		
13	金融觀念 .....	28	
14	馬賽克藝術 .....	30	
			▽
		3-1	
15	多選題 .....	32	
16	車牌號碼 .....	34	
		3-2	
17	啦啦隊 .....	36	
18	郵票 .....	38	
		3-3	
19	猜拳 .....	40	
20	蒙提霍爾 .....	42	
21	全糖、無糖? .....	44	
		3-4	
22	金融戰略王 .....	46	
23	抽獎活動 .....	48	
		4-1	
24	新聞媒體 .....	50	
25	理財規劃 .....	52	
26	金融商品 .....	54	
27	身材 .....	56	
28	移植手術 .....	58	
		4-2	
29	美國小姐 .....	60	
30	行銷廣告 .....	62	





- ▶ 阿霞經營兩間手搖杯飲料店（三十綠與 DoDo 兩間店），打算在中元節前後三天進行憑發票感恩贈送活動，活動當天共有 45 人來參加，其中有三十綠發票（每人限一張）的有 35 人，有 DoDo 發票（每人限一張）的有 24 人，頭獎贈送環保手搖杯組需要擁有兩家發票，貳獎贈送玻璃吸管給只有三十綠發票的，參獎贈送環保紙吸管給只有 DoDo 發票的，請問阿霞每樣贈品均準備 20 份足夠嗎？



難易度

★★★

範圍

0-3 取捨原理

解

答案

玻璃吸管不夠 1 支，其他足夠

解法

假設當天來現場的人經過檢查，45 人每人至少有一張發票  
 設  $A$ ：表示擁有三十綠的發票、 $B$ ：表示擁有 DoDo 的發票

題意可知  $n(A)=35$ 、 $n(B)=24$

而  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 45$

故  $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 35 + 24 - 45 = 14$

得環保手搖杯需要 14 組

而玻璃吸管需要  $35 - 14 = 21$  支

環保紙吸管需要  $24 - 14 = 10$  支

設計說明

討論集合的組成方式，將資訊轉為有用的訊息，作為決策的可能依據。

學習內容

D-10-1

集合：集合的表示法，字集、空集、子集、交集、聯集、餘集，屬於和包含關係，文氏圖。★ #

學習表現

d-V-1

認識集合，理解並欣賞集合語言的簡潔性，能操作集合的運算，能以文氏圖作為輔助，並能用於溝通與推論。



- ▶ 無出局或一出局，跑壘員佔一壘、二壘，或滿壘的情況下，擊球員擊出一高飛球（平飛球及企圖觸擊而致成飛球者除外），內野手以普通守備行為即可接獲者。投手、捕手或外野手到內野對該飛球採取守備行為時，亦視同內野手。擊出之球裁判員已能明確地判定為內野高飛球時，為使跑壘員易能採取行動，應立即宣告「內野高飛球」，又所擊出之飛球在界線附近之上空時，應宣判「如屬界內球的話就是內野高飛球」（INFIELD FLY IF FAIR）。因內野高飛球係屬比賽進行中，跑壘員可冒險進壘，該飛球被接捕時，則視同普通高飛球，跑壘員須負「再觸原壘」的義務，否則有出局的危險。雖經裁判員宣告為「內野高飛球」，但再成為界外球時則不屬於內野高飛球。此情況，也有一個俗稱「內野高飛必死球」，打擊者打出內野高飛球，以下情況哪些不會被裁判認定成內野高飛必死球？（多選）
- (A) 只有一壘有人 (B) 只有二壘有人 (C) 只有二、三壘有人  
(D) 兩人出局 (E) 壘上無人。

難 易 度

★★

範 圍

0-5 簡單邏輯

解

答 案

(A)(B)(C)(D)(E)

解 法

依據條件僅  
「無出局或一出局，跑壘員佔一壘、二壘，或滿壘的情況下」  
內野高飛必死球在避免讓守備方故意漏接飛球  
使跑壘員不敢推進造成雙殺守備

設計說明

生活中的棒球題材，透過邏輯思考素養培養，能更理解其中設定條件。

學習內容

N-10-7  
邏輯：認識命題及其否定，兩命題的或、且、推論關係，充分、必要、充要條件。★ #

學習表現

n-V-6  
認識命題，理解並欣賞邏輯相對於自然語言的一致性與精確性，並能用於溝通與推論。





- ▶ 今年暑假小強與小花參加花蓮賞鯨船之旅，因為遊客眾多，兩人分別搭乘不同艘的賞鯨船出發，大約在下午三點時，兩艘船同時停在定點賞鯨魚海豚，小強那艘船發現海豚身影，並提供遊客訊息「一點鐘方向約 2 公里處有海豚家族出現」，此時小強想告訴小花這個訊息，拿出手機定位確認小花位置，小花賞鯨船正好在此船的正東方約 2.73 公里處，請問小強應該如何告知小花海豚出現的位置？

難易度

★

範圍

1-1.2 極坐標

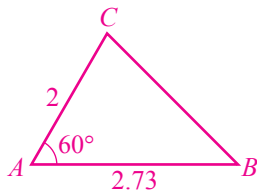
解

答案

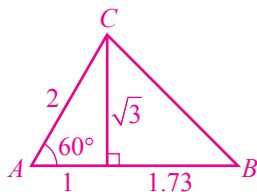
往西北方大約 2.45 公里處看，有海豚喔！

解法

首先將題意轉換為幾何圖形表示：



小強搭乘的船在  $A$  點，海豚出現在  $C$  點的位置而  $\overline{AC}$  長度為 2 公里，且在一點鐘方向，得  $\angle A$  為 60 度  $B$  點為小花搭乘的船位置，而  $\overline{AB}$  長度為 2.73 公里



如圖所示

$$\text{故 } \overline{CB} \text{ 長度} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1.73)^2} \approx 2.45$$

設計說明

數學課常使用直角坐標系統來標示平面上某一點的位置，但是我們日常的生活習慣中常聽見「10 點鐘方向 50 公尺處有一位帥哥」、「目前颱風位於鵝鑾鼻東方 2000 公里處，朝西北方前進」。這些用語轉譯為數學概念，正是「極坐標」系統。

學習內容

G-10-5

廣義角和極坐標：廣義角的終邊，極坐標的定義，透過方格紙操作極坐標與直角坐標的轉換。

學習表現

g-V-3

認識極坐標，理解方位角、方向與斜率的關聯，能熟練地轉換表徵，並能用於溝通。





美國 加利福尼亞

- ▶ 美國有一棵在一個世紀前種下的紅杉樹，已經有一百年的歷史，因為附近有一間醫院的擴建需求，需要徵收這塊土地，這棵紅杉樹高度達十層樓，一個身高 180 公分的普通人站在樹下顯得非常嬌小，普通人陽光下的影子約為 90 公分，而樹影約為 15 公尺，這麼大的紅杉樹已經很罕見了，當一開始人們提議直接把它砍了的時候，相關部門考慮到有可能造成公關危機（公眾關係危機），所以就決定將它移到了兩個街區以外，但是移動這棵紅杉樹估計要花 200 萬元，由於紅杉樹太過高大，加上害怕傷害到樹木，為了移動這棵紅杉樹，工人們使用了滾管，這樣的話能夠降低搬運的困難度，畢竟它實在是太高大、太重了。在移動過程中，若樹木傾倒將造成嚴重危險，請問危險半徑約為多少公尺？



難易度

★

範圍

1-1.3 廣義角的三角比

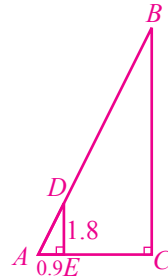
解

答案

30 公尺

解法

將題意轉譯為圖形



樹木高為  $\overline{BC}$ ，樹影長為  $\overline{AC}=15$  公尺

人的身高  $\overline{DE}=1.8$  公尺，人影長  $\overline{AE}=0.9$  公尺

根據相似形性質

$$\overline{AE}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{BC} \Rightarrow 0.9:1.8=15:\overline{BC}$$

得樹木高  $\overline{BC}=30$  公尺，故危險半徑為樹木高 30 公尺

設計說明

解決問題需考量多個面向，環保、成本或是安全都可以透過資訊的處理達到解決問題的目的。

學習內容

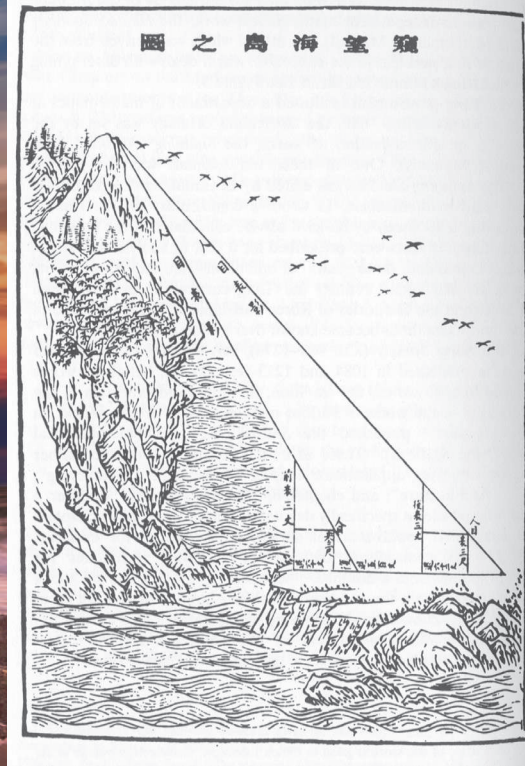
G-10-6

三角比：定義銳角的正弦、餘弦、正切，推廣至廣義角的正弦、餘弦、正切，特殊角的值，使用計算機的  $\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$  鍵。

學習表現

s-V-1

理解三角比的意義，熟練其彼此關係與運算操作，能靈活應用於等式或函數，並能用以推論及解決問題。



魏國劉徽著《海島算經》

- ▶ 小運拿到一張古圖（如上），感覺是一種測量海島高度的方法，請利用此圖說明「如何測量海島高度？」

難易度

★★

範圍

1-1.6 銳角三角比的應用

解

答案

見詳解

解法

(法一)：

《海島算經》的做法是利用二根木條(表)計算表底至目視表頭及島巔成一直線處找出二仰角的正切值

可求出實際值為  $\tan \alpha$  與  $\tan \beta$  還有  $\overline{BD}$

$$\tan \alpha = \frac{h}{AB} \quad \tan \beta = \frac{h}{AD}$$

$$\overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = \frac{h}{\tan \alpha} - \frac{h}{\tan \beta} = h \left( \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta} \right)$$

$$h = \frac{\overline{BD}}{\left( \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta} \right)}$$

(法二)：

海島高  $\overline{AC}$ ，設長度為  $b$

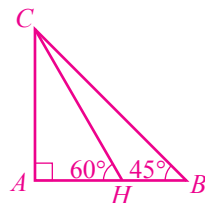
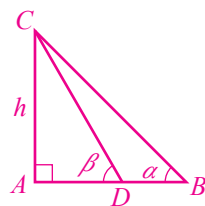
找到  $B$  點對  $C$  點仰角為  $45^\circ$

往前移動找到  $H$  點仰角為  $60^\circ$

若海島高為  $b$ ，則  $\overline{AB} = b$  且  $\overline{AH} = \frac{b}{\sqrt{3}}$ ，

而  $b - \frac{b}{\sqrt{3}} = \overline{BH}$  (可以測量)

所以海島高  $= \overline{BH}$  長度除以  $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{3 \times \overline{BH}}{3 - \sqrt{3}}$



設計說明

學習古人的技術，往往可以找到概念成因，體會數學學習的意義。

學習內容

G-10-6

三角比：定義銳角的正弦、餘弦、正切，推廣至廣義角的正弦、餘弦、正切，特殊角的值，使用計算機的  $\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$  鍵。

學習表現

s-V-1

理解三角比的意義，熟練其彼此關係與運算操作，能靈活應用於等式或函數，並能用以推論及解決問題。





- ▶ 阿恆想跟小甯求婚，計畫在摩天輪透明車廂上，兩人最害怕的高度時，勇敢示愛顯示自己的決心，於是開始設計整個流程：  
摩天輪的直徑 12 公尺、高度 13 公尺，車廂中有一節透明車廂，繞行一圈約為 17 分鐘，而人類有一個懼高點為 34 英呎（國軍為了培育傘兵，讓傘訓中心高跳台的高度規劃在 34 英呎高，約 10.36 公尺高）。  
所以，阿恆在搭上透明車廂後，幾分鐘可以達到那個恐懼高度，進行求婚計畫？（使用計算機，四捨五入取至小數點後第二位）

難易度

★★★

範圍

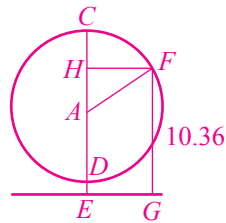
1-1.6 銳角三角比的應用

解

答案

5.86 分鐘

解法



設  $F$  點為最害怕的高度點，得  $\overline{FG} = 10.36$  公尺  
 摩天輪直徑  $\overline{CD} = 12$  公尺，得  $\overline{AD} = 6$  公尺  
 摩天輪高度為 13 公尺，得  $\overline{DE} = 1$  公尺

故  $\overline{AH} = 3.36$  公尺，可知  $\cos \angle CAF = \frac{3.36}{6}$

由計算機可得  $\cos^{-1}\left(\frac{3.36}{6}\right) \approx 55.94^\circ$

所以  $\angle CAF \approx 55.94^\circ$ ，因此  $\angle FAD \approx 124.06^\circ$

故到達最高點 34 英尺摩天輪運行了  $\frac{124.06}{360}$  圈

共經過了  $17 \times \frac{124.06}{360} \approx 5.86$  分鐘

設計說明

處理複雜問題，需要將很多資訊綜合處理，運用數學原理轉換成有用的資訊，提出解決策略。

學習內容

G-10-7

三角比的性質：正弦定理，餘弦定理，正射影。連結斜率與直線斜角的正切，用計算機的反正弦、反餘弦、反正切鍵計算斜角或兩相交直線的夾角，（三角測量 #）。

學習表現

g-V-3

理解並欣賞坐標系統可為幾何問題提供簡潔的算法，而坐標的平移與伸縮可以簡化代數問題，能熟練前述操作，並用以推論及解決問題。



高雄 紅毛港文化園區

► 無障礙坡道應依下列標準設置：

① 坡道寬度不得小於 90 公分，且兩側應設置安全護欄。

② 室內坡道坡度應小於  $\frac{1}{8}$ ，室外坡道坡度應小於  $\frac{1}{12}$ 。

③ 坡道之兩側應設置高度 75 公分之扶手，且須延伸出坡道兩端 30 公分之上。

④ 坡道應以防滑材料裝修，其上下兩端應設置 60 公分以上之警示帶。

以上設置辦法中，室內坡道與室外坡道與地面的夾角，應如何設定？

（使用計算機，四捨五入取至小數點後第二位）



難 易 度

★

範 圍

1-2.7 斜率與兩直線的夾角

解

答 案

室內坡道與地面夾角不得超過 7.13 度  
 室外坡道與地面夾角不得超過 4.76 度

解 法

此處的坡度即為鄰邊與對邊的比例  
 室內坡道：

題意可知  $\tan \theta < \frac{1}{8}$ ，由計算機可得  $\tan^{-1}(\frac{1}{8}) \approx 7.13^\circ$

故室內坡道與地面夾角不得超過 7.13 度  
 室外坡道：

題意可知  $\tan \theta < \frac{1}{12}$ ，由計算機可得  $\tan^{-1}(\frac{1}{12}) \approx 4.76^\circ$

故室外坡道與地面夾角不得超過 4.76 度

設計說明

透過計算器可以利用反三角函數，計算出角度，將計算器的功能發揮讓學生能更清楚非特殊角在生活中的實用。

學習內容

G-10-7

三角比的性質：正弦定理，餘弦定理，正射影。連結斜率與直線斜角的正切，用計算機的反正弦、反餘弦、反正切鍵計算斜角或兩相交直線的夾角，（三角測量#）。

學習表現

s-V-1

理解三角比的意義，熟練其彼此關係與運算操作，能靈活應用於等式或函數，並能用以推論及解決問題。



- 小高與艾艾住在忠孝東路一段與二段的兩棟大樓，今天他們相約在某一個可以看見兩棟大樓的公園聊天。

小高：「妳家的大樓好像比我家的。」

艾艾：「我覺得都很高啊，你怎麼知道我家的大樓比較高？」

小高邊說邊用手指創造出六十度角，然後眼睛透過手指與大樓比畫一番。

小高：「首先我看妳家的仰角約為 60 度，看我家的仰角約 45 度。」

艾艾：「雖然公園的這個位置在兩棟大樓的連線之間，但也不能只憑仰角比較大，就是大樓比較高吧？況且這裡離我家比較近啊！」

小高：「我們現在打開手機軟體 (Google Map)，妳家到這裡距離為  $a$ ，我家到

這裡距離為  $b$ ，稍微計算一下，如果地圖上  $\frac{b}{a}$  小於……就是妳家比較高。」

請完成小高的說法。

難易度

★★★

範圍

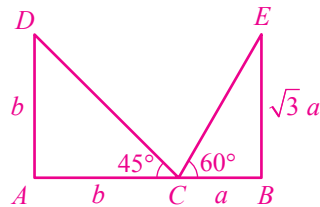
1-3.1 三角形面積公式與正射影長

解

答案

如果地圖上「 $\frac{b}{a} < \sqrt{3}$ 」，就是妳家比較高

解法



將 2D 平面地圖轉成 3D 立體空間圖

設地圖上  $\overline{BC}=a$ 、 $\overline{AC}=b$

艾艾家的大樓高度為  $\overline{BE}$ ，而仰角 60 度，所以  $\overline{BE}=\sqrt{3}a$

小高家的大樓高度為  $\overline{AD}$ ，而仰角 45 度，所以  $\overline{AD}=b$

若 艾艾家的大樓與小高家的大樓相同時

$\overline{AD}=\overline{BE}$ ，則  $\sqrt{3}a=b \Rightarrow \frac{b}{a}=\sqrt{3}$ ，若  $\overline{AD}>\overline{BE}$ ，則  $\frac{b}{a}<\sqrt{3}$

故如果地圖上  $\frac{b}{a} < \sqrt{3}$ ，就是艾艾家的大樓比較高

設計說明

Google Map 是常用的工具 App，2D 平面地圖若能結合三角函數，可以轉為 3D 立體圖的概念。

學習內容

G-10-7

三角比的性質：正弦定理，餘弦定理，正射影。連結斜率與直線斜角的正切，用計算機的反正弦、反餘弦、反正切鍵計算斜角或兩相交直線的夾角，（三角測量 #）。

學習表現

s-V-1

理解三角比的意義，熟練其彼此關係與運算操作，能靈活應用於等式或函數，並能用以推論及解決問題。



- ▶ 三國時代兩軍紮營，兩軍恰巧隔著一座瘦長的山脈，彼此看不見對方的位置，而兩軍弓箭手的弓箭射程皆可以越過山頭擊中敵軍，給對方致命的一擊，苦於無法準確辨識對方位置，若是貿然亂箭打鳥，可能平白贈送給對方一堆弓箭，此時某一方軍師阿亮想到一個方法，迅速派「斥候」至山脈兩邊路線交匯處觀察敵軍，斥候觀察完回報「斥候位置與我營距離 100 公尺，與敵營距離 200 公尺，敵我兩方與斥候（三者高度差異不大）夾角為 60 度」，請問阿亮該下令己軍的弓箭手往何方位與距離發箭呢？



難易度

★★★

範圍

1-3.3 餘弦定理

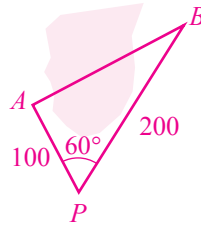
解

答案

若東方為斥候所在，敵軍則在北方 173.2 公尺處

解法

如圖所示

斥候與我方距離  $= \overline{AP} = 100$  公尺斥候與敵方距離  $= \overline{PB} = 200$  公尺而  $\angle P = 60^\circ$ 

據餘弦定理得

$$\overline{AB} = \sqrt{100^2 + 200^2 - 2 \times 100 \times 200 \times \cos 60^\circ} = 100\sqrt{3} \approx 173.2 \text{ 公尺}$$

根據餘弦定理知  $\cos A = \frac{(100\sqrt{3})^2 + 100^2 - 200^2}{2 \times (100\sqrt{3}) \times 100} \approx 0$ ，得  $\angle A = 90^\circ$

使用極坐標概念：

以  $A$  為原點， $\overrightarrow{AP}$  為始邊，逆時針轉  $90^\circ$  度，距離為 173.2 公尺

轉譯為軍師語：「若東方為斥候所在，敵軍則在北方 173.2 公尺處，發箭」

設計說明

在現今空拍與精準地圖的時代，測量便利許多，但不得不讚嘆古人的智慧，運用三角測量解決問題的方式。

學習內容

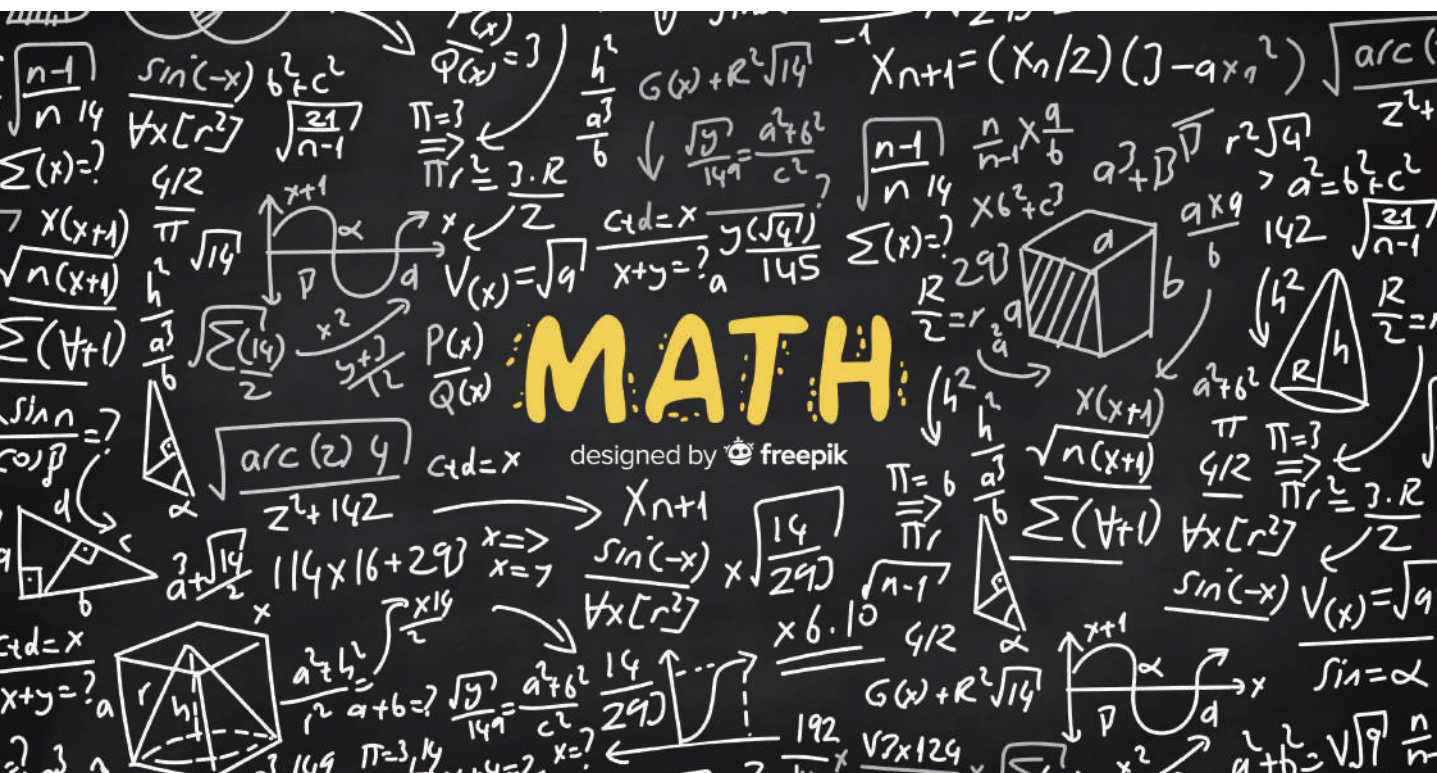
G-10-7

三角比的性質：正弦定理，餘弦定理，正射影。連結斜率與直線斜角的正切，用計算機的反正弦、反餘弦、反正切鍵計算斜角或兩相交直線的夾角，（三角測量 #）。

學習表現

s-V-1

理解三角比的意義，熟練其彼此關係與運算操作，能靈活應用於等式或函數，並能用以推論及解決問題。



- 小蔥有一次在網路上看到一個數列，如下所示，請找出其規律，並寫出第十列為何？

第一列：1,1

第二列：2,1

第三列：1,1,1,2

第四列：3,1,1,2

第五列：2,1,1,2,1,3

第六列：3,1,2,2,1,3

第七列：2,1,2,2,2,3

第八列：1,1,4,2,1,3

第九列：3,1,1,2,1,3,1,4

（建議可先觀察第四列的規律推測第五列）

難 易 度

★★★

範 圍

2-1.1 數列的表示法

解

答 案

第十列：4,1,1,2,2,3,1,4

解 法

此數列的解讀，下一列在描述上一列各數字的個數狀態  
 如「第四列：3,1,1,2」  
 表示有二個 1、有一個 2、有一個 3  
 所以第五列為 2,1,1,2,1,3  
 第九列：3,1,1,2,1,3,1,4  
 表示有四個 1、有一個 2、有二個 3、有一個 4  
 故第十列：4,1,1,2,2,3,1,4

設計說明

數列不是只有等差數列或等比數列，舉凡歌詞簡譜、手機號碼……有些沒有規律，有些有規律的數列很難找出其規律，不要有壓力，平常心挑戰看看。

學習內容

N-10-6

數列、級數與遞迴關係：有限項遞迴數列，有限項等比級數，常用的求和公式，數學歸納法。

學習表現

n-V-5

能察覺規律並以一般項或遞迴方式表現，進而熟悉級數的操作。理解數學歸納法的意義，並能用於數學論證。





- 小資想要開始儲蓄，尋找臺幣定存利率前十名推薦的資訊，發現臺幣定期存款與定期儲蓄存款不同，小資發現如果選擇板信商銀，定存存款三個月利率為 0.66%，那麼存兩期（六個月），利率不就快 2% 了嗎？怎麼這麼好？請問這是怎麼回事？

定期儲蓄存款最少一年，蠻符合小資長期儲蓄的需求，決定選擇板信商銀儲蓄 10 萬元三年，請問三年後小資可以領回多少錢？（可利用計算機，四捨五入取至整數）

### || 臺幣定存利率TOP前10名推薦

（資料每月初固定更新）

排序	銀行	臺幣定存存款		臺幣定期儲蓄存款		
		3個月	6個月	1年	2年	3年
1	板信商銀	0.66	0.795	1.1	1.11	1.12
2	台中商銀	0.66	0.795	1.09	1.095	1.095
3	中小企銀	0.66	0.77	1.09	1.095	1.095
4	彰化商銀	0.66	0.77	1.09	1.095	1.095
5	第一商銀	0.66	0.77	1.09	1.095	1.095
6	華南商銀	0.66	0.77	1.09	1.095	1.095
7	永豐商銀	0.63	0.74	1.08	1.09	1.1
8	陽信商銀	0.63	0.795	1.075	1.08	1.12
9	三信商銀	0.66	0.78	1.07	1.075	1.095
10	京城商銀	0.6	0.73	1.07	1.05	1.12

難易度

★★

範圍

2-1.2 等差與等比數列

解

答案

(1) 見詳解。(2) 103398 元

解法

(1) 0.66% 為年利率，換算為三個月利率為  $\frac{0.66\%}{4} = 0.165\%$ (2) 選擇板信商銀「定期儲蓄存款，三年期，年利率 1.12%」  
三年後可領回： $100000 \times (1 + 1.12\%)^3 = 103397.7$  元  
未滿一元，銀行採用四捨五入方式，故為 103398 元

設計說明

金融產品的解讀，數學語言將是最佳代言人，透過計算的技能，可以對於自己的理財規劃更具體呈現。

學習內容

N-10-5

數值計算的誤差：認識計算機的有限性，可察覺誤差的發生並做適當有效位數的取捨。

學習表現

n-V-2

能熟練操作計算機，能判斷使用計算機的時機，理解計算機可能產生誤差，並能處理誤差。



希臘 帕德嫩神廟

- 有一個數列：1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, ... 觀察出其規律嗎？
- (1) 試寫出數列的遞迴關係式。
  - (2) 請觀察 3 與 1, 1、5 與 1, 1, 2、8 與 1, 1, 2, 3、13 與 1, 1, 2, 3, 5 的關係，請找出其規律並證明它。



難易度

★★★

範圍

2-1.4 數學歸納法

解

答案

見詳解

解法

(1) 此為費氏數列，遞迴關係式為  $\begin{cases} a_1=1, a_2=1 \\ a_n=a_{n-1}+a_{n-2}, n \geq 3 \end{cases}$

(2) 觀察其規律為  $3=(1+1)+1$

$$5=(1+1+2)+1$$

$$8=(1+1+2+3)+1$$

$$13=(1+1+2+3+5)+1$$

證明  $a_n=a_1+a_2+\cdots+a_{n-2}+1, n \geq 3$

運用數學歸納法證明

當  $n=3$  時，成立

設  $n=k$  時， $a_k=a_1+a_2+\cdots+a_{k-2}+1$  成立

則當  $n=k+1$  時， $a_{k+1}=a_k+a_{k-1}=(a_1+a_2+\cdots+a_{k-2}+1)+a_{k-1}$   
 $= (a_1+a_2+\cdots+a_{k-1}+1)$

依數學歸納法得證

設計說明

費氏數列的一些神奇性質，可以讓學生嘗試探究性質，對於數字更有感覺，其次就是設法驗證可能的神奇性質。

學習內容

N-10-6

數列、級數與遞迴關係：有限項遞迴數列，有限項等比級數，常用的求和公式，數學歸納法。

學習表現

n-V-5

能察覺規律並以一般項或遞迴方式表現，進而熟悉級數的操作。理解數學歸納法的意義，並能用於數學論證。



- 請利用 Excel，試求年利率 1.09%，
- (1) 每月存 1 萬元，十年後的本利和為何？
  - (2) 每年定存 12 萬元，十年後的本利和為何？
  - (3) 每周存 2500 元，十年後的本利和為何？（平均一年 51.4 周）

難易度

★★★

範圍

2-2.1 等比級數

解

答案

見詳解

解法

(法一)：

(1) 第一筆存入一個月後進行 1 期複利： $10000 \times (1 + 1.09\% \times \frac{1}{12})^1$

第二筆 10000 元存入，所以第二個月本金：

$$10000 \times (1 + 1.09\% \times \frac{1}{12})^1 + 10000$$

然後進行一期複利：

$$[10000 \times (1 + 1.09\% \times \frac{1}{12})^1 + 10000] \times (1 + 1.09\% \times \frac{1}{12})^1$$

依此類推進行 120 期複利

可領回 1268386 元

(2) 可領回 1267235 元

(3) 可領回 1357495 元

(法二)：

利用 FV 語法 FV (月利率，期數，每月存款金額)

即可得到答案

(1)  $FV(1.09\%/12, 120, 10000, , 1) = 1267386$  元

(2)  $FV(1.09\%, 10, 120000, , 1) = 1267235$  元

(3)  $FV(1.09\%/51.4, 514, 2500, , 1) = 1357495$  元

	A	B	C	D	E
1		每月	年利率		
2		10000	1.09%		
3	10009.08	20009.08	1		
4	20027.26	30027.26	2		
5	30054.53	40054.53	3		
6	40090.92	50090.92	4		
7	50136.42	60136.42	5		
...					
120	1246094.06	1256094.06	118		
121	1257235.0	1267235.00	119		
122	1268386.08				

設計說明

利用 Excel，將複雜的計算過程便利呈現，可以透過 Excel 內建語法，快速得到結果，最主要目的其實是讓學生嘗試寫出等比級數的歷程。

學習內容

N-10-6

數列、級數與遞迴關係：有限項遞迴數列，有限項等比級數，常用的求和公式，數學歸納法。

學習表現

n-V-5

能察覺規律並以一般項或遞迴方式表現，進而熟悉級數的操作。理解數學歸納法的意義，並能用於數學論證。





► 許老師在上課時，拿出很多正方形各色磁鐵片，要學生利用這些磁鐵片證明：

「 $1+2+3+4+5+6 = \frac{(1+6) \times 6}{2}$ 」，請嘗試排出這個成果。



難易度

★

範圍

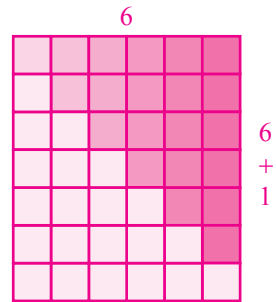
2-2.3 常見的有限級數求和

解

答案

見詳解

解法



設每一塊磁鐵片的邊長均為 1 公分，面積均為 1 平方公分

$$\begin{array}{r} 1+2+3+4+5+6 \\ +)6+5+4+3+2+1 \\ \hline 7+7+7+7+7+7=7\times 6 \end{array}$$

$$\text{所以 } 1+2+3+4+5+6 = \frac{(1+6)\times 6}{2}$$

設計說明

透過幾何圖形將原本代數的運算更具象表徵出來。

學習內容

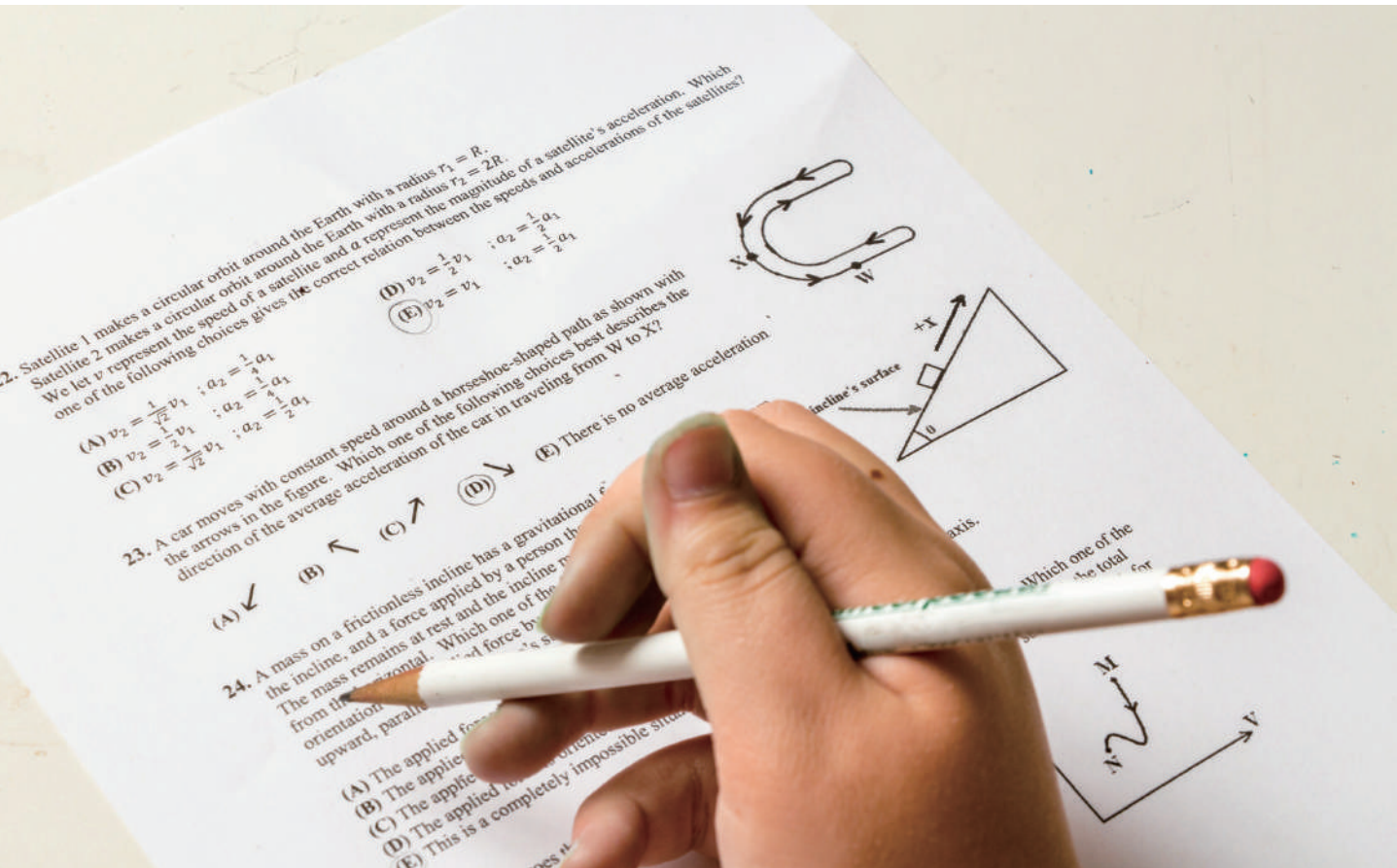
N-10-6

數列、級數與遞迴關係：有限項遞迴數列，有限項等比級數，常用的求和公式，數學歸納法。

學習表現

n-V-5

能察覺規律並以一般項或遞迴方式表現，進而熟悉級數的操作。理解數學歸納法的意義，並能用於數學論證。



▶ 小試是高中學生，想對於數學多選題想一些考試策略，比如說多選題如果整題都不懂猜「全」是一個好方法嗎？當然小試也是很努力認真的，希望自己的努力也能在評量時有一些成效……依據小試個人過往經驗，多選題多為五個選項，答案為三個或者兩個機會最高（個人直覺），而且通常前三個選項 A、B、C 題目比較簡單，小試可以輕鬆答對。期末考時，眼看剩下五分鐘，小試剩下一題多選題尚未完成，寫完 A 選項，確定是對的，B 選項也確定是對的，C 選項確定是錯的，這三個選項確認沒問題，D、E 選項完全不會寫，只剩下一分鐘，請判斷這題答案小試可能會寫什麼呢？實際上全對的機率為何？錯一個選項的機率為何？

難易度

★★★

範圍

3-1.1 乙、一對一對應

解

答案

見詳解

解法

(1) 依據小試過往的經驗，答案多為兩個或三個

如果答案是兩個，則 A、B 選項已經確定正確，D、E 選項就不填寫

如果答案是三個，則 A、B 選項已經確定正確，D 或 E 選項要挑一個有風險

所以，小試可能會寫「A、B」選項（邏輯判斷）

(2) D、E 選項不會填寫，用猜的，全對機率為  $\frac{1}{4}$

(3) 錯一個選項的機率為  $\frac{1}{2}$

設計說明

生活經驗不一定可以量化（直觀），但往往是我們作為決策的參考，透過機率數學與經驗（非運用古典機率）找到一個平衡的想法。

學習內容

D-10-3

有系統的計數：有系統的窮舉，樹狀圖，加法原理，乘法原理，取捨原理。直線排列與組合。

學習表現

d-V-6

理解基本計數原理，能運用策略與原理，窮舉所有狀況。



- ▶ 銀樓搶匪嫌疑犯的車牌「889-KON」，但是警方追查車牌時發現這張車牌疑似偽造車牌，因交通部公路總局，93年以後領牌之車輛為避免車號判讀混淆，已刪除英文字母O及I，而這臺車是93年後生產之車輛，所以警方評估三個部分△△9-K□N應該為偽造，△為數字部分，□為英文字母，請問警方最多要追查多少輛車？應該優先追查哪幾輛車？



難 易 度

★

範 圍

3-1.2 重複排列

解

答 案

1944 輛；339-KCN 或 339-KDN

解 法

數字部分為 0 ~ 9，但是因為 8 已經確認為變造，故僅 9 個可能

英文字母部分，因為 O 與 I 已經被刪除，故僅 24 個可能  
最多追查  $9 \times 9 \times 24 = 1944$  輛車

可優先思考車牌可能如何偽造：

889-KON

其中 8 可能由 3 偽造而來，O 可能由 D 或者 C 偽造而來

所以先查兩臺車 339-KCN 與 339-KDN

設計說明

排列組合可能情況討論，需有一個脈絡，窮舉很容易疏忽遺漏，若能多些想法可以節省時間增加效率。

學習內容

D-10-3

有系統的計數：有系統的窮舉，樹狀圖，加法原理，乘法原理，取捨原理。直線排列與組合。

學習表現

d-V-6

理解基本計數原理，能運用策略與原理，窮舉所有狀況。



- ▶ 三個同學討論一道數學題目：「啦啦隊競賽規定每隊 8 個人，且每隊男、女生均至少要有 2 人。某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽。若由此 11 人中依規定選出 8 人組隊，則共有\_\_\_\_\_種不同組隊方法」。

阿泰：「一共要選出 8 人，男女都至少 2 人。」

小宇：「我發現男生比較少，只有 4 人，題目要求至少 2 個男生，所以可依男生人數分成三種情況…（以下聲音太小，阿泰聽不清楚）」

(1) 請解釋給阿泰聽，小宇的作法是…（正確做法）

美美：「我想到一個更快的方法，男女都至少 2 人啊，所以我們先由男生 4 人選 2 人，女生 7 人選 2 人，然後剩下的男生 2 人與女生 5 人共 7 人就不分性別，7 人選 4 人這樣無論選到誰都一定至少 2 男 2 女。」

阿泰：「好耶！來試試看結果」

小宇：「比第一種算法的方法數（多還是少？）耶？怎麼會這樣呢？」

(2) 請解釋原因為何？

難易度

★★★

範圍

3-2.1  $n$  取  $k$  的組合

解

答案

(1) 見詳解 (2) 見詳解

解法

(1) 小宇：「男生 4 位比較少，至少要 2 位男生，所以直接討論男生人數，如果男生 2 人則女生 6 人，男生 3 人女生就 5 人，男生 4 人女生就 4 人。」

所以方法數為  $C_2^4 C_6^7 + C_3^4 C_5^7 + C_4^4 C_4^7 = 161$  種

(2) 小宇：「方法數為  $C_2^4 C_2^7 C_4^7 = 4410$ ，比第一種多」

因為如果男生共有 3 人

先選 2 位再選 1 位就會有先後的差異

若在  $C_2^4$  選到男生  $A$ 、 $B$ ，在  $C_4^7$  選到男生  $C$

與在  $C_2^4$  選到男生  $A$ 、 $C$ ，在  $C_4^7$  選到男生  $B$

會重複，故這樣的方法數會比第一種多

設計說明

能有系統地舉出所有可能情況，運用數學概念解決迷思想法。

學習內容

D-10-3

有系統的計數：有系統的窮舉，樹狀圖，加法原理，乘法原理，取捨原理。直線排列與組合。

學習表現

d-V-7

認識排列與組合的計數模型，理解其運算原理，並能用於溝通和解決問題。



▶ 小天是個郵票收藏家，某日拿到一張郵票，發現很多幾何圖形，總覺得「似曾相識」。

阿財說：「我知道這是什麼了，運用這個圖形我可以快速寫出  $(x+y)^6$  的展開式。」

小天說：「那可以寫出第 10 列嗎？」

阿財說：「沒問題，但我不知道怎麼寫  $(x+y)^n$  的展開式？」

- (1) 請寫出  $(x+y)^6$  的展開式。
- (2) 依照圖中的規律，請寫出第十列。
- (3) 請寫出  $(x+y)^n$  的展開式。

(說明：郵票中算籌的計數表示法  
 $\text{┌}$  代表 6、 $\text{○}$  代表 10， $\text{||||}$  代表 15  
 橫擺為 10、豎擺為 5。)





難易度

★

範圍

3-2.2 帕斯卡三角形與二項式定理

解

答案

(1)  $(x+y)^6 = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$

(2) 1、9、36、84、126、126、84、36、9、1

(3)  $(x+y)^n = C_0^n x^n + C_1^n x^{n-1}y + \cdots + C_{n-1}^n xy^{n-1} + C_n^n y^n$

解法

(1)  $(x+y)^6$  的展開式

觀察圖中數字第六列為 1、5、10、10、5、1

則 第七列為 1、6、15、20、15、6、1

故  $(x+y)^6 = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$

(2) 根據第(1)題規律可知

第九列為 1、8、28、56、70、56、28、8、1

故第十列為 1、9、36、84、126、126、84、36、9、1

(3) 運用二項式定理可知係數為  $C_0^n$ 、 $C_1^n$ 、 $\cdots$ 、 $C_n^n$ 

故  $(x+y)^n = C_0^n x^n + C_1^n x^{n-1}y + \cdots + C_{n-1}^n xy^{n-1} + C_n^n y^n$

設計說明

數字與符號透過觀察規律與彙整，本題讓學生透過理解帕斯卡三角形，遷移至古法七乘方圖，簡單的數字符號轉換，學習運用與探究解決最後如何一般化。

學習內容

D-10-3

有系統的計數：有系統的窮舉，樹狀圖，加法原理，乘法原理，取捨原理。直線排列與組合。

學習表現

d-V-7

認識排列與組合的計數模型，理解其運算原理，並能用於溝通和解決問題。



- 小資設計一個猜拳機器人 Robert，機器人 Robert 的設定是亂數決定要不要跟前一次出一樣的拳（機率各是  $\frac{1}{2}$ ），如果決定不要出一樣的拳就再亂數決定出剩下兩種的哪一種（機率各是  $\frac{1}{2}$ ），今天小資找小明測試，小明跟機器人 Robert 玩了三回合後，假設第三回機器人 Robert 出剪刀，請問第四回合小明怎麼出拳獲勝機率最高？

難易度

★★

範圍

3-3.1 樣本空間

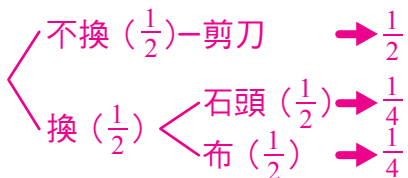
解

答案

出石頭

解法

假設第三回合機器人 Robert 出剪刀



① 出石頭：獲勝的機率為  $\frac{1}{2}$ ，落敗的機率為  $\frac{1}{4}$

② 出剪刀：獲勝的機率為  $\frac{1}{4}$ ，落敗的機率為  $\frac{1}{4}$

③ 出布：獲勝的機率為  $\frac{1}{4}$ ，落敗的機率為  $\frac{1}{2}$

所以出石頭會是最佳解，

故此為小明選擇可以贏第三回合機器人 Robert 的拳

設計說明

常見的猜拳遊戲，改變設定之後，獲勝機率是否會改變呢？

學習內容

D-10-4

複合事件的古典機率：樣本空間與事件，複合事件的古典機率性質，期望值。

學習表現

d-V-3

理解事件的不確定性，並能以機率將之量化。理解機率的性質並能操作其運算，能用以溝通和推論。



- ▶ 泰泰去參加一個綜藝節目，玩一個抽獎遊戲。

主持人的背後有三道門：「裡面只有一道門後有大獎電競筆電一台，剩下兩個門都是銘謝惠顧。」

泰泰先選擇其中一道門之後，主持人要他先別急著打開，主持人從剩下兩道門裡面，打開另外一道是銘謝惠顧的門。

主持人給泰泰一次變心的機會，三道門已經有一個銘謝惠顧先曝光了，剩下兩道門，如果你是泰泰該維持原想法不更換呢？還是順著主持人的慫恿，選擇另一道門呢？

請計算獲勝機率，說明你決策的理由。



難 易 度

★★★

範 圍

3-3.3 古典機率的定義

解

答 案

見詳解

解 法

這個題目稱為「蒙提霍爾問題」

當三門只剩下兩道門，選項變成二選一時

有的參賽者直覺上認為獎品在兩道門後的機會均等

不論換或不換的機率都是  $\frac{1}{2}$  都沒有差

所以堅持原來的選擇，不換

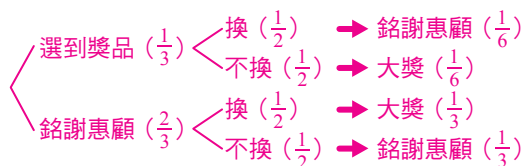
設一開始安排大獎在 A 門後，且參賽者一定要「換」

所以「換」得大獎機率： $\frac{2}{3}$

選到 B 門 ( $\frac{1}{3}$ ) → 主持人開 C 門 → 得大獎： $\frac{1}{3}$

選到 C 門 ( $\frac{1}{3}$ ) → 主持人開 B 門 → 得大獎： $\frac{1}{3}$

選到 A 門 ( $\frac{1}{3}$ )   
 主持人開 B 門 → 不中獎： $\frac{1}{6}$    
 主持人開 C 門 → 不中獎： $\frac{1}{6}$



換一個想法：運用樹狀圖

$$\text{所以在換的情況下，} P(\text{得大獎} | \text{換}) = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

得大獎的機率就是一開始選到銘謝惠顧： $\frac{2}{3}$

在不換的情況下，得大獎的機率就是一開始選到大獎： $\frac{1}{3}$

所以「換」得到大獎的機率是「不換」得到大獎的機率的兩倍

不同的觀點，透過對話討論，可以建立更清楚的概念。

設計說明

學習內容

D-10-4

複合事件的古典機率：樣本空間與事件，複合事件的古典機率性質，期望值。

學習表現

d-V-3

理解事件的不確定性，並能以機率將之量化。理解機率的性質並能操作其運算，能用以溝通和推論。



- 老師請擔任衛生糾察的九位同學喝手搖杯，9 杯都是紅茶，但是甜度有分全糖 2 杯、半糖 4 杯、無糖 3 杯，飲料店員工忘記標示，而飲料從外觀看不出任何差別。
- (1) 老師將一袋飲料隨機發給九位同學，其中兩位同學（小珊、阿綠）不喝還給老師，其他同學喝到飲料的可能情況有幾種？
  - (2) 小銘不喝無糖但不好意思說，小星對小銘說：「因為看不出來有糖無糖，如果你喝到無糖，我就跟你換」，那麼小銘最終還是喝到無糖紅茶的機率為何？

難易度

★★★

範圍

3-3.4 利用排列組合求機率

解

答案

(1) 805 (2)  $\frac{1}{12}$ 

解法

(1) 可以用討論的  $A=2$ 、 $B=4$ 、 $C=3$ 剩下兩杯是  $\times\times$ ，剩下  $AA: C_4^7 \times C_3^3 = 35$ 剩下  $BB: C_2^7 \times C_2^5 \times C_3^3 = 210$ 剩下  $CC: C_2^7 \times C_4^5 \times C_1^1 = 105$ 剩下兩杯是  $\circ\times$ ，剩下  $AB: C_1^7 \times C_3^6 \times C_3^3 = 140$ 剩下  $AC: C_1^7 \times C_4^6 \times C_2^2 = 105$ 剩下  $BC: C_2^7 \times C_3^5 \times C_2^2 = 210$ 

共 805 種

(2) 也就是小銘拿到無糖而且小星也拿到無糖的機率

$$\frac{C_2^3}{C_2^9} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

設計說明

機率的運用，運用不同的解法可以讓各種觀念更清楚。

學習內容

D-10-3

有系統的計數：有系統的窮舉，樹狀圖，加法原理，乘法原理，取捨原理。直線排列與組合。

學習表現

d-V-7

認識排列與組合的計數模型，理解其運算原理，並能用於溝通和解決問題。



- ▶ 班上舉辦金融戰略王桌遊比賽，每位選手每回合擲兩顆公正骰子，出發前需做資產配置（參考遊戲規則），資產配置與擲骰子走到的卡牌顏色有關，小金目前在起點，請問他此回合走到各顏色卡牌的機率分別為何？



難易度

★★

範圍

3-4.1 機率的性質

解

答案

見詳解

解法

擲兩顆公正骰子，各點出現機率可列表

白色為購買公司位置，擲出 2 點、5 點、8 點、10 點

$$\text{機率} = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{3}{36} = \frac{13}{36}$$

藍色位置：擲出 3 點、4 點、9 點

$$\text{機率} = \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

綠色位置：擲出 7 點、12 點

$$\text{機率} = \frac{6}{36} + \frac{1}{36} = \frac{7}{36}$$

橘色位置：擲出 11 點

$$\text{機率} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

紅色位置：擲出 6 點

$$\text{機率} = \frac{5}{36}$$

黃色位置：擲出 1 點

$$\text{機率} = \frac{0}{36} = 0$$

設計說明

桌遊有其趣味性，提高學習興趣，如果只是玩玩體驗，有些可惜，能搭配策略玩桌遊，將更有學習成效。

學習內容

D-10-4

複合事件的古典機率：樣本空間與事件，複合事件的古典機率性質，期望值。

學習表現

d-V-3

理解事件的不確定性，並能以機率將之量化。理解機率的性質並能操作其運算，能用以溝通和推論。



- ▶ 小王是公司福利委員，舉辦年度尾牙，公司員工有 50 人，老闆要求小王安排尾牙抽獎金務必「每人都要有獎，頭獎一萬 2 名，貳獎五千 3 名，參獎三千，肆獎五百元，讓員工參加尾牙抽獎的預期價值 1500 元」，請問參獎與肆獎獎項名額應如何分配？

難易度

★

範圍

3-4.2 期望值

解

答案

7 名、38 名

解法

頭獎 2 個，貳獎 3 個，  
 設參獎  $x$  個，肆獎  $y$  個且  $x \neq 0$ 、 $y \neq 0$   
 公司員工共有 50 人，預期價值為 1500，共需花費 75000 元  
 頭獎 2 名，獎金為 10000 元，需花費 20000 元  
 貳獎 3 名，獎金為 5000 元，需花費 15000 元  
 剩下可知參獎與肆獎共有 45 人，即  $x+y=45$   
 剩餘獎金需花費  $3000x+500y=40000$ ，化簡得  $6x+y=80$   
 故  $x=7$ 、 $y=38$

設計說明

預期價值即為期望值，反向操作後，可以做為操作的策略。

學習內容

D-10-4  
 複合事件的古典機率：樣本空間與事件，複合事件的古典機率性質，期望值。

學習表現

d-V-3  
 理解事件的不確定性，並能以機率將之量化。理解機率的性質並能操作其運算，能用以溝通和推論。



- 「…日前主計總處統計指出，我國薪資現況在 2018 年第 1 季名目經常性薪資年增 2.71%，加入非經常性薪資且剔除物價因素後，實質總薪資每月達 5 萬 9852 元，引發全民討論。」

「…另外，立委質疑，今年學測數學太難，近五成考生低於均標，零分人數也超過二千一百人，會抹殺學生學習數學的興趣，因此要求大學入學考試的數學題目不要出太難。」

- (1) 請問這兩段新聞中，分別運用哪一個統計量？
- (2) 如果可以調整發布的資訊，第一則新聞可以改用什麼統計量比較合適？
- (3) 第二則新聞可以如何調整說法，符合立委強調的數學太難？



難易度

★★★

範圍

4-1.1 百分等級與百分位數

解

答案

- (1) 算術平均數、中位數
- (2) 中位數
- (3) 見詳解

解法

- (1) 實值總薪資用的是算術平均數，均標用的是中位數
- (2) 算術平均數容易被極端值所影響  
如果運用全民總薪資中位數可能更適合
- (3) 此次學測中位數落在 6 級分，原始分數區間 31.46 ~ 37.74  
顯見超過一半的孩子未達 40 分，數學應該不要出那麼難

設計說明

統計量的不理解與誤用，在媒體中有時會發現，如何運用所學不被媒體數據引導也是媒體識讀重要的能力。

學習內容

D-10-2  
數據分析：一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。

學習表現

d-V-2  
能判斷分析數據的時機，能選用適當的統計量作為描述數據的參數，理解數據分析可能產生的例外，並能處理例外。



- ▶ 阿宇計畫三年後出國遊學，目前手上有 10 萬元的閒錢，想做一些理財規劃，理財專員提供一個建議：「公司的債券，投資 5 萬元，期望年收益率是 4%；還有優先股，投資 2 萬元，期望收益率是 7%；另外普通股票，投資 3 萬元，期望收益率是 9%。」

阿宇問理財專員：「那平均收益率是多少？」

理財專員說：「(1) 你問的是這 10 萬元投資組合的期望加權平均收益率是多少？」

阿宇：「我希望平均收益能到 7%，可以怎樣調整配置？」

理財專員說：「投資一定有風險，基金投資有賺有賠，申購前應詳閱公開說明書，我剛剛說的都是期望收益喔，沒有保證一定實現喔！」

阿宇：「(2) 我明白，按照這個預期效益，優先股不動，我希望平均收益能到 7%，可以怎樣調整配置？」

試回答上述兩個問題。

難易度

★

範圍

4-1.2 加權平均數

解

答案

- (1) 6.1%  
 (2) 債券投資調整為 32000 元，普通股票投資調整為 48000 元

解法

- (1) 期望投資組合回報  

$$= \frac{(50000 \times 4\% + 20000 \times 7\% + 30000 \times 9\%)}{100000} = 6.1\%$$
- (2) 設債券投資  $x$  元、普通股票  $(80000 - x)$  元  
 $x \times 4\% + 20000 \times 7\% + (80000 - x) \times 9\% = 7\% \times 100000$   
 $\Rightarrow 0.04x + 1400 + 7200 - 0.09x = 7000$   
 $\Rightarrow 0.05x = 1600$   
 $\Rightarrow x = 32000$   
 故債券投資調整為 32000 元  
 普通股票投資調整為 48000 元

設計說明

投資理財可以運用統計量來評估效益，調整權重，計算加權平均改變投資策略。

學習內容

D-10-2  
 數據分析：一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。

學習表現

d-V-2  
 能判斷分析數據的時機，能選用適當的統計量作為描述數據的參數，理解數據分析可能產生的例外，並能處理例外。



- ▶ 小泰存了一筆零用錢，想要選購基金來投資，他上網查相關資料，想比較兩支基金：
- A* 基金二年期的收益率為 38%，標準差為 21%、
- B* 基金二年期收益率為 27%，標準差為 7%，
- 請問哪支基金表現比較優異？（在風險相同的情況下，何者收益較高？）



難易度

★

範圍

4-1.3 標準差

解

答案

*B* 基金比較優異

解法

從資料上述題目中可知：

*A* 基金的收益率  $>$  *B* 基金的收益率，但是相對風險也比較大

$$A \text{ 基金的「每單位風險收益率」} = \frac{0.38}{0.21} = 1.8$$

$$B \text{ 基金的「每單位風險收益率」} = \frac{0.27}{0.07} = 3.9$$

故 *B* 基金比較優異

設計說明

標準差越大，基金未來淨值可能變動的程度就越大，穩定度就越小，風險就越高。

學習內容

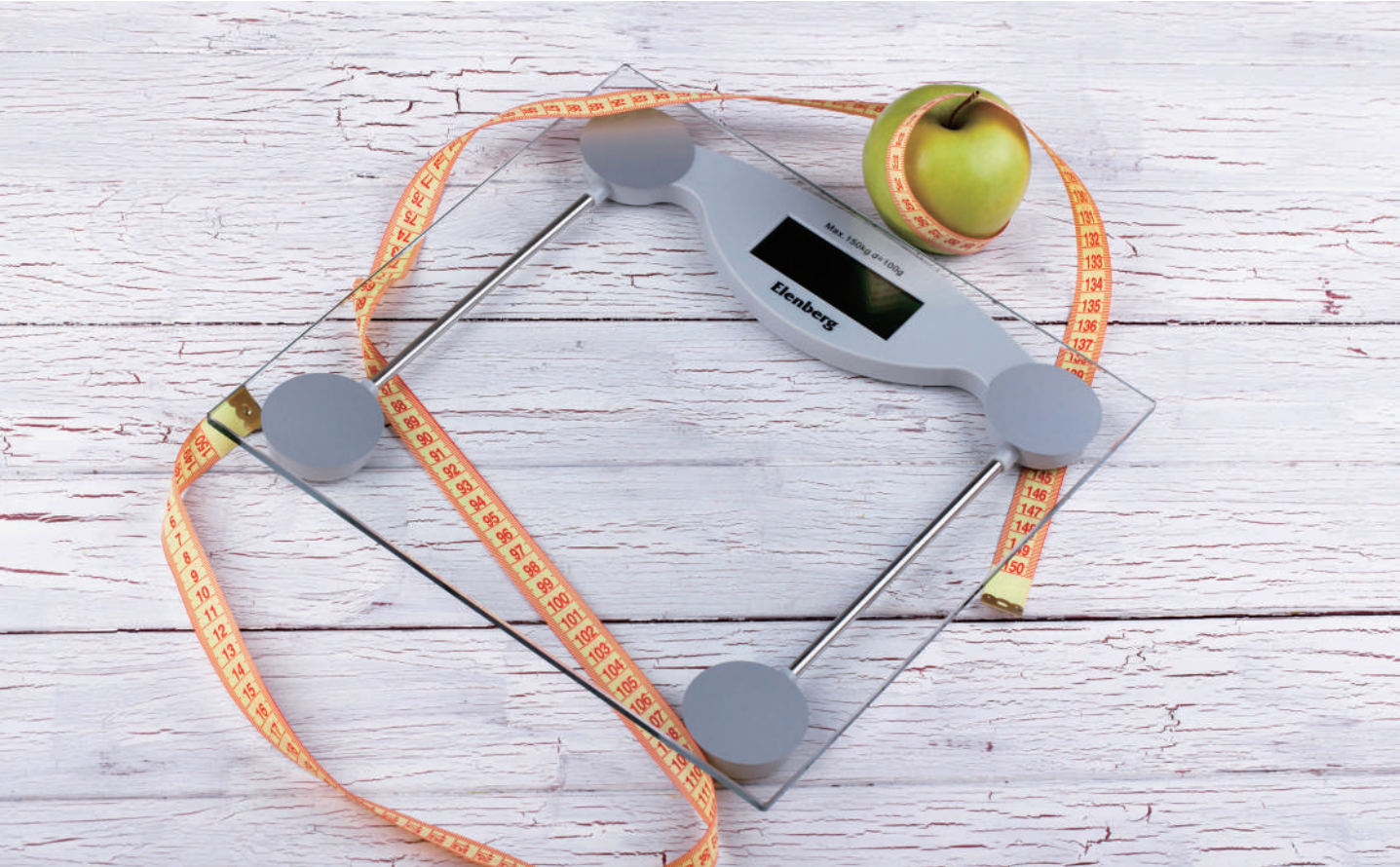
D-10-2

數據分析：一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。

學習表現

d-V-2

能判斷分析數據的時機，能選用適當的統計量作為描述數據的參數，理解數據分析可能產生的例外，並能處理例外。



- ▶ 小甯剛上國中，開始很在意自己的外貌，某天回家明顯心情不佳，爸爸詢問她後得知，今天學校量身高體重，小甯擔心自己身材不標準，對自己很沒信心，爸爸安慰她也沒有用，於是隔周爸爸到學校保健室，向護士阿姨請教青春期的孩子應該怎麼陪伴？此時班導師剛好也到保健室，班導師覺得小甯身高體重很正常，為了解釋給小甯知道，所以需要提供數據讓小甯知道，班導師跟護士阿姨要了全班的數據（僅數據，其餘保密）。統計結果本班女生的體重的平均為 55 公斤，標準差為 4 公斤、身高的平均為 161 公分，標準差為 9 公分，小甯的體重為 51 公斤，身高為 158 公分，請問爸爸可如何運用數據給小甯建立信心呢？

難易度

★★

範圍

4-1.4 數據標準化

解

答案

見詳解

解法

數據標準化後

$$\text{小甯體重的 } z \text{ 分數} = \frac{51 - 55}{4} = -1$$

$$\text{小甯身高的 } z \text{ 分數} = \frac{158 - 161}{9} \approx -0.33$$

依此分數可知：

小甯的體重相對全班女生的平均比身高差距更多，體重比較輕。爸爸可以跟小甯說：「根據全班平均體重 55 公斤來看，小甯的體重 51 公斤是低於全班的平均，所以小甯沒有比較胖！」

設計說明

直觀難以掌握差異時，透過標準化數據，能更客觀地比較。

學習內容

D-10-2

數據分析：一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。

學習表現

d-V-2

能判斷分析數據的時機，能選用適當的統計量作為描述數據的參數，理解數據分析可能產生的例外，並能處理例外。



- 阿坡需要做心臟移植，但是不知道選哪一家醫院比較好，網路上找到一個健保局公布統計數據，以心臟移植五年存活率來看（以下為虛構數據）：

醫院	振興醫院	長庚醫院	三總醫院	臺大醫院	榮總醫院
存活率	86%	74%	69%	62%	56%

阿坡考慮前往振興醫院做手術。

之後又發現另一個數據是各醫院加上案例數的數據：

醫院	振興醫院	長庚醫院	三總醫院	臺大醫院	榮總醫院
存活率	86%	74%	69%	62%	56%
案例數	140	15	18	203	72

請問阿坡應該如何考量？



難 易 度

★

範 圍

4-1 一維數據分析

解

答 案

見詳解

解 法

如果僅考慮存活率，那麼振興醫院就是最好的選擇，長庚醫院是第二選擇，但是增加案例數後，長庚醫院案例偏少，臺大醫院案例最多，這些數據還缺少病患的滿意度分析。

所以，數據正確與多元性可提供資訊越多，至於決定，要看考量的權重，以此例，成功率佔選擇的比重為何？案例數又佔比多少？如此也可以客觀地做出選擇。

設計說明

數據可以提供參考，但也可能帶來誤導，應考量適當的統計量，客觀正確的數據，才能提供最適當的判斷依據

學習內容

D-10-2

數據分析：一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。

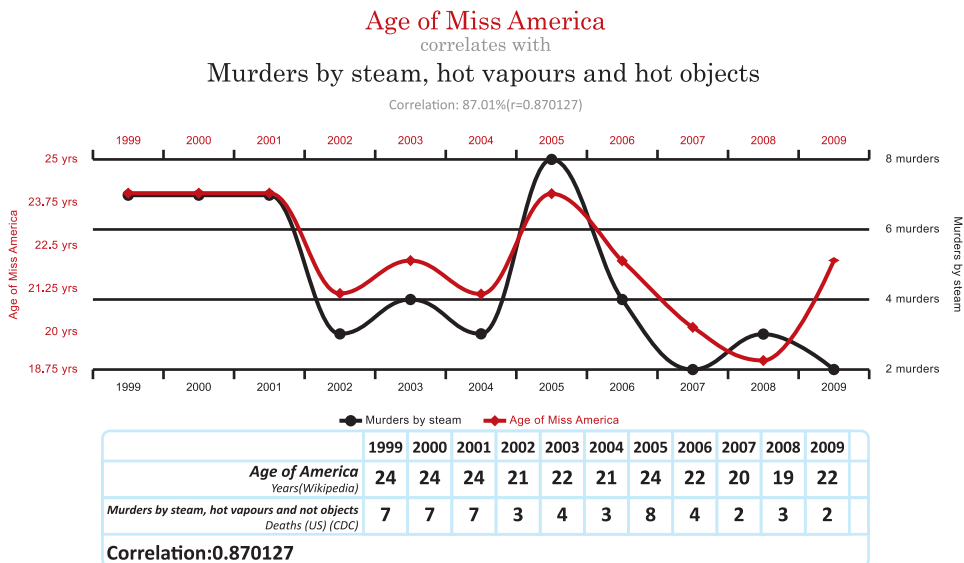
學習表現

d-V-2

能判斷分析數據的時機，能選用適當的統計量作為描述數據的參數，理解數據分析可能產生的例外，並能處理例外。



► 兩筆數據：美國小姐的年齡與被蒸氣或熱的物件所謀殺的數量，由圖表觀察其相關性，小美有個想法：「兩個數據呈現高度相關，所以，為了降低被蒸氣或熱物件謀殺的數量，美國小姐要選低於 19 歲的。」，請問此推論是對的嗎？



難 易 度

★★★

範 圍

4-2.1 相關性

解

答 案

見詳解

解 法

觀察兩筆數據，分布狀況似乎十分吻合，顯示兩個數據有相關程度高，但是相關程度高不代表有因果關係，不過很特別的是，會把這兩筆看似無關的數據放在一起觀察，或許透過一些科學性驗證，也許可以找出證據。

設計說明

相關性的確並不意味因果性，探究因果關係是否合乎科學，合乎邏輯。

學習內容

D-10-2

數據分析：一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。

學習表現

d-V-2

能判斷分析數據的時機，能選用適當的統計量作為描述數據的參數，理解數據分析可能產生的例外，並能處理例外。



- 阿銷是公司的產品經理，根據近十年公司廣告預算與銷售量的數據如下

廣告預算（萬）	15	18	20	20	22	25	28	31	29	33
銷售量（萬）	89	91	88	99	96	98	99	102	105	110

阿銷編列明年預算，若廣告預算編列 50 萬時，是否可達到老闆要求預期銷售量要成長 10%？（可利用計算機）



難易度

★★★

範圍

4-2.2 迴歸直線

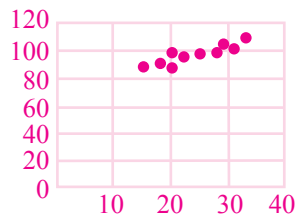
解

答案

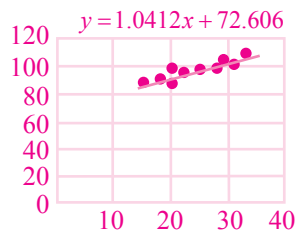
是

解法

利用 Excel 繪製散布圖



計算相關係數 ( $=\text{CORREL}(A1:J1A2:J2)$ )  $\approx 0.89060834$   
高度相關，求出迴歸直線



迴歸直線可假設為： $y = 1.0412x + 72.606$

廣告預算編列 50 萬元

可得銷售量  $y = 1.0412 \times 50 + 72.606 \Rightarrow y = 124.666$

銷售量成長  $110 \times (1 + y\%) = 124.666 \Rightarrow y = 13.3327$

故成長超過 10%，達到老闆的要求

設計說明

根據往年的數據，探究相關性是否高？若相關性高，利用迴歸直線預測未來。

學習內容

D-10-2

數據分析：一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。

學習表現

d-V-2

能判斷分析數據的時機，能選用適當的統計量作為描述數據的參數，理解數據分析可能產生的例外，並能處理例外。

### 01 手搖杯店

假設當天來現場的人經過檢查

45 人每人至少有一張發票

設  $A$ ：表示擁有三十綠的發票

$B$ ：表示擁有 DoDo 的發票

題意可知  $n(A)=35$ 、 $n(B)=24$

而  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 45$

故  $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

$$= 35 + 24 - 45 = 14$$

得環保手搖杯需要 14 組

而玻璃吸管需要  $35 - 14 = 21$  支

環保紙吸管需要  $24 - 14 = 10$  支

### 02 內野高飛球

依據條件僅

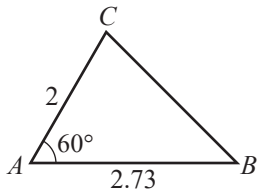
「無出局或一出局，跑壘員佔一壘、二壘，或滿壘的情況下」

內野高飛必死球在避免讓守備方故意漏接飛球

使跑壘員不敢推進造成雙殺守備

### 03 賞鯨之旅

首先將題意轉換為幾何圖形表示：



小強搭乘的船在  $A$  點

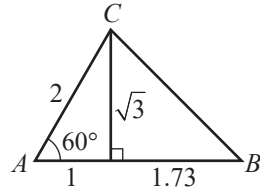
海豚出現在  $C$  點的位置

而  $AC$  長度為 2 公里，且在一點鐘方向

得  $\angle A$  為 60 度

$B$  點為小花搭乘的船位置

而  $AB$  長度為 2.73 公里

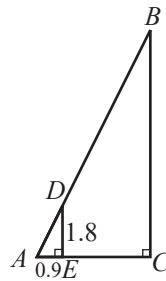


如圖所示

$$\text{故 } \overline{CB} \text{ 長度} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1.73)^2} \approx 2.45$$

### 04 紅杉樹

將題意轉譯為圖形



樹木高為  $\overline{BC}$ ，樹影長為  $\overline{AC} = 15$  公尺

人的身高  $\overline{DE} = 1.8$  公尺

人影長  $\overline{AE} = 0.9$  公尺

根據相似形性質

$$\overline{AE} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{BC} \Rightarrow 0.9 : 1.8 = 15 : \overline{BC}$$

得樹木高  $\overline{BC} = 30$  公尺，

故危險半徑為樹木高 30 公尺

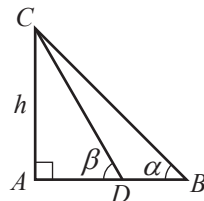
### 05 古代的智慧

(法一)：

《海島算經》的做法是利用二根木條(表)

計算表底至目視表頭及島巔成一直線處

找出二仰角的正切值



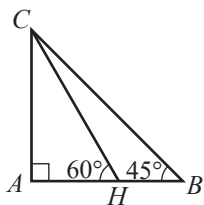
可求出實際值為  $\tan \alpha$  與  $\tan \beta$  還有  $\overline{BD}$

$$\tan \alpha = \frac{h}{AB} \quad \tan \beta = \frac{h}{AD}$$

$$\begin{aligned} \overline{BD} &= \overline{AB} - \overline{AD} = \frac{h}{\tan \alpha} - \frac{h}{\tan \beta} \\ &= h \left( \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta} \right) \end{aligned}$$

$$h = \frac{\overline{BD}}{\left( \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta} \right)}$$

(法二)：



海島高  $\overline{AC}$ ，設長度為  $b$

找到  $B$  點對  $C$  點仰角為  $45$  度

往前移動找到  $H$  點仰角為  $60$  度

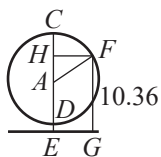
若海島高為  $b$ ，則  $\overline{AB} = b$  且  $\overline{AH} = \frac{b}{\sqrt{3}}$

而  $b - \frac{b}{\sqrt{3}} = \overline{BH}$  (可以測量)

所以海島高  $= \overline{BH}$  長度除以  $(1 - \frac{1}{\sqrt{3}})$

$$= \frac{3 \times \overline{BH}}{3 - \sqrt{3}}$$

## 06 求婚計畫



設  $F$  點為最害怕的高度點  
得  $\overline{FG} = 10.36$  公尺

摩天輪直徑  $\overline{CD} = 12$  公尺

得  $\overline{AD} = 6$  公尺

摩天輪高度為  $13$  公尺，得  $\overline{DE} = 1$  公尺

故  $\overline{AH} = 3.36$  公尺

$$\text{可知 } \cos \angle CAF = \frac{3.36}{6}$$

由計算機可得  $\cos^{-1}\left(\frac{3.36}{6}\right) \approx 55.94^\circ$

所以  $\angle CAF \approx 55.94^\circ$

因此  $\angle FAD \approx 124.06^\circ$

故到達最高點  $34$  英呎摩天輪運行了

$$\frac{124.06}{360} \text{ 圈}$$

共經過了  $17 \times \frac{124.06}{360} \approx 5.86$  分鐘

## 07 無障礙坡道

此處的坡度即為鄰邊與對邊的比例

室內坡道：

題意可知  $\tan \theta < \frac{1}{8}$

由計算機可得  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) \approx 7.13^\circ$

故室內坡道與地面夾角不得超過  $7.13$  度

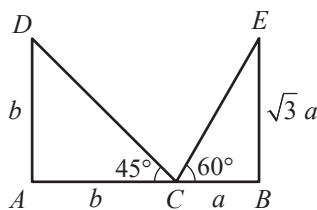
室外坡道：

題意可知  $\tan \theta < \frac{1}{12}$

由計算機可得  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{12}\right) \approx 4.76^\circ$

故室外坡道與地面夾角不得超過  $4.76$  度

## 08 仰望



將  $2D$  平面地圖轉成  $3D$  立體空間圖

設地圖上  $\overline{BC}=a$ 、 $\overline{AC}=b$

艾艾家的大樓高度為  $\overline{BE}$ ，而仰角 60 度

所以  $\overline{BE}=\sqrt{3}a$

小高家的大樓高度為  $\overline{AD}$ ，而仰角 45 度

所以  $\overline{AD}=b$

若艾艾家的大樓與小高家的大樓相同時

$\overline{AD}=\overline{BE}$ ，則  $\sqrt{3}a=b \Rightarrow \frac{b}{a}=\sqrt{3}$

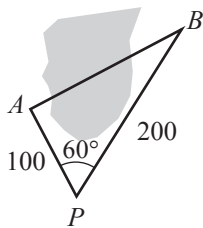
若  $\overline{AD}>\overline{BE}$ ，則  $\frac{b}{a}<\sqrt{3}$

故如果地圖上  $\frac{b}{a}<\sqrt{3}$

就是艾艾家的大樓比較高

## 09 足智多謀

如圖所示



斥候與我方距離  $=\overline{AP}=100$  公尺

斥候與敵方距離  $=\overline{PB}=200$  公尺

而  $\angle P=60^\circ$

據餘弦定理得

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{100^2 + 200^2 - 2 \times 100 \times 200 \times \cos 60^\circ} \\ &= 100\sqrt{3} \approx 173.2 \text{ 公尺}\end{aligned}$$

根據餘弦定理知

$$\cos A = \frac{(100\sqrt{3})^2 + 100^2 - 200^2}{2 \times (100\sqrt{3}) \times 100} \approx 0$$

得  $\angle A=90^\circ$

使用極坐標概念：

以 A 為原點， $\overrightarrow{AP}$  為始邊

逆時針轉 90 度，距離為 173.2 公尺

轉譯為軍師語：「若東方為斥候所在敵軍則在北方 173.2 公尺處，發箭」

## 10 數列

此數列的解讀，下一列在描述上一列各數字的個數狀態

如「第四列：3,1,1,2」

表示有二個 1、有一個 2、有一個 3

所以第五列為 2,1,1,2,1,3

第九列：3,1,1,2,1,3,1,4

表示有四個 1、有一個 2、有二個 3、有一個 4

故第十列：4,1,1,2,2,3,1,4

## 11 投資理財

(1) 0.66% 為年利率，換算為三個月利率

$$\text{為 } \frac{0.66\%}{4} = 0.165\%$$

(2) 選擇板信商銀「定期儲蓄存款，三年期，年利率 1.12%」

三年後可領回：

$$100000 \times (1 + 1.12\%)^3 = 103397.7 \text{ 元}$$

未滿一元，銀行採用四捨五入方式

故為 103398 元

## 12 費氏數列

(1) 此為費氏數列，遞迴關係式為

$$\begin{cases} a_1 = 1, a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3 \end{cases}$$

(2) 觀察其規律為  $3=(1+1)+1$

$$5=(1+1+2)+1$$

$$8=(1+1+2+3)+1$$

$$13=(1+1+2+3+5)+1$$

證明  $a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-2} + 1, n \geq 3$

運用數學歸納法證明

當  $n=3$  時，成立

設  $n=k$  時， $a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_{k-2} + 1$  成立

則當  $n=k+1$  時，

$$\begin{aligned}a_{k+1} &= a_k + a_{k-1} = (a_1 + a_2 + \dots + a_{k-2} + 1) + a_{k-1} \\ &= (a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1} + 1)\end{aligned}$$

依數學歸納法得證



### 13 金融觀念

(法一)：

(1) 第一筆存入一個月後進行 1 期複利：

$$10000 \times \left(1 + 1.09\% \times \frac{1}{12}\right)^1$$

第二筆 10000 元存入，所以第二個月本金：

$$10000 \times \left(1 + 1.09\% \times \frac{1}{12}\right)^1 + 10000$$

然後進行一期複利：

$$\left[10000 \times \left(1 + 1.09\% \times \frac{1}{12}\right)^1 + 10000\right]$$

$$\times \left(1 + 1.09\% \times \frac{1}{12}\right)^1$$

依此類推進行 120 期複利

	A	B	C	D	E
1		每月	年利率		
2		10000	1.09%		
3	10009.08	20009.08	1		
4	20027.26	30027.26	2		
5	30054.53	40054.53	3		
6	40090.92	50090.92	4		
7	50136.42	60136.42	5		
...	...	...	...	...	...
120	1246094.06	1256094.06	118		
121	1257235.0	1267235.00	119		
122	1268386.08				

可領回 1268386 元

(2) 可領回 1267235 元

(3) 可領回 1357495 元

(法二)：

利用 FV 語法 FV (月利率，期數，每月存款金額)

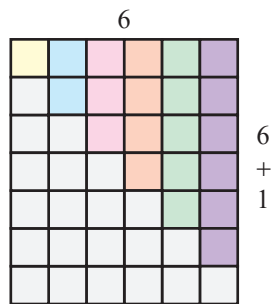
即可得到答案

(1)  $FV(1.09\%/12, 120, 10000, , 1)$   
 = 1268386 元

(2)  $FV(1.09\%, 10, 120000, , 1)$   
 = 127235 元

(3)  $FV(1.09\%/51.4, 514, 2500, , 1)$   
 = 1357495 元

### 14 馬賽克藝術



設每一塊磁鐵片的邊長均為 1 公分  
 面積均為 1 平方公分

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$+ \frac{6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1}{7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7} = 7 \times 6$$

所以  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \frac{(1+6) \times 6}{2}$

### 15 多選題

(1) 依據小試過往的經驗

答案多為兩個或三個

如果答案是兩個，則 A、B 選項已經確定正確，D、E 選項就不填寫

如果答案是三個，則 A、B 選項已經確定正確，D 或 E 選項要挑一個有風險

所以，小試可能會寫「A、B」選項 (邏輯判斷)

(2) D、E 選項不會填寫，用猜的

全對機率為  $\frac{1}{4}$

(3) 錯一個選項的機率為  $\frac{1}{2}$

### 16 車牌號碼

數字部分為 0 ~ 9，但是因為 8 已經確認為變造，故僅 9 個可能  
 英文字母部分，因為 O 與 I 已經被刪除，

故僅 24 個可能

最多追查  $9 \times 9 \times 24 = 1944$  輛車

可優先思考車牌可能如何偽造：

889-KON

其中 8 可能由 3 偽造而來

O 可能由 D 或者 C 偽造而來

所以先查兩臺車 339-KCN 與 339-KDN

## 17 啦啦隊

(1) 小宇：「男生 4 位比較少，至少要 2 位男生，所以直接討論男生人數，如果男生 2 人則女生 6 人，男生 3 人女生就 5 人，男生 4 人女生就 4 人。」  
所以方法數為

$$C_2^4 C_6^7 + C_3^4 C_5^7 + C_4^4 C_4^7 = 161 \text{ 種}$$

(2) 小宇：「方法數為  $C_2^4 C_2^7 C_4^7 = 4410$ ，比第一種多」

因為如果男生共有 3 人

先選 2 位再選 1 位就會有先後的差異

若在  $C_2^4$  選到男生  $A、B$ ，

在  $C_4^7$  選到男生  $C$

與在  $C_2^4$  選到男生  $A、C$ ，

在  $C_4^7$  選到男生  $B$

會重複，故這樣的方法數會比第一種多

## 18 郵票

(1)  $(x+y)^6$  的展開式

觀察圖中數字第六列為 1、5、10、10、5、1

則第七列為 1、6、15、20、15、6、1

$$\begin{aligned} \text{故 } (x+y)^6 = & x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 \\ & + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6 \end{aligned}$$

(2) 根據第 (1) 題規律可知

第九列為 1、8、28、56、70、56、28、8、1

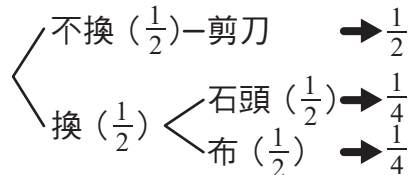
故第十列為 1、9、36、84、126、126、84、36、9、1

(3) 運用二項式定理可知係數為  $C_0^n、C_1^n、\dots、C_n^n$

$$\begin{aligned} \text{故 } (x+y)^n = & C_0^n x^n + C_1^n x^{n-1}y + \dots \\ & + C_{n-1}^n xy^{n-1} + C_n^n y^n \end{aligned}$$

## 19 猜拳

假設第三回合機器人 Robert 出剪刀



① 出石頭：獲勝的機率為  $\frac{1}{2}$ ，

落敗的機率為  $\frac{1}{4}$

② 出剪刀：獲勝的機率為  $\frac{1}{4}$ ，

落敗的機率為  $\frac{1}{4}$

③ 出布：獲勝的機率為  $\frac{1}{4}$ ，

落敗的機率為  $\frac{1}{2}$

所以出石頭會是最佳解，

故此為小明選擇可以贏第三回合機器人 Robert 的拳

## 20 蒙提霍爾

這個題目稱為「蒙提霍爾問題」

當三門只剩下兩道門，

選項變成二選一時

有的參賽者直覺上認為獎品在兩道門後的機會均等

不論換或不換的機率都是  $\frac{1}{2}$  都沒有差

所以堅持原來的選擇，不換  
設一開始安排大獎在  $A$  門後，  
且參賽者一定要「換」

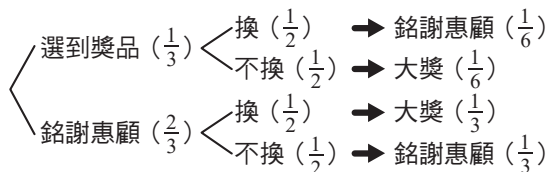
選到 B 門 ( $\frac{1}{3}$ ) → 主持人開 C 門 → 得大獎： $\frac{1}{3}$

選到 C 門 ( $\frac{1}{3}$ ) → 主持人開 B 門 → 得大獎： $\frac{1}{3}$

選到 A 門 ( $\frac{1}{3}$ )  $\left\{ \begin{array}{l} \text{主持人開 B 門} \rightarrow \text{不中獎} : \frac{1}{6} \\ \text{主持人開 C 門} \rightarrow \text{不中獎} : \frac{1}{6} \end{array} \right.$

所以「換」得大獎機率： $\frac{2}{3}$

換一個想法：運用樹狀圖



所以在換的情況下

$$P(\text{得大獎} | \text{換}) = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

得大獎的機率就是一開始選到銘謝惠顧： $\frac{2}{3}$

在不換的情況下，得大獎的機率就是一開始選到大獎： $\frac{1}{3}$

所以「換」得到大獎的機率是「不換」得到大獎的機率的兩倍

## 21 全糖、無糖？

(1) 可以用討論的  $A=2$ 、 $B=4$ 、 $C=3$

剩下兩杯是  $\times \times$ ，

剩下 AA： $C_4^7 \times C_3^3 = 35$

剩下 BB： $C_2^7 \times C_2^5 \times C_3^3 = 210$

剩下 CC： $C_2^7 \times C_4^5 \times C_1^1 = 105$

剩下兩杯是  $\circ \times$ ，

剩下 AB： $C_1^7 \times C_3^6 \times C_3^3 = 140$

剩下 AC： $C_1^7 \times C_4^6 \times C_2^2 = 105$

剩下 BC： $C_2^7 \times C_3^5 \times C_2^2 = 210$

共 805 種

(2) 也就是小銘拿到無糖而且小星也拿到無糖的機率

$$\frac{C_2^3}{C_2^9} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

## 22 金融戰略王

擲兩顆公正骰子，各點出現機率可列表  
白色為購買公司位置，擲出 2 點、5 點、8 點、10 點

$$\text{機率} = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{3}{36} = \frac{13}{36}$$

藍色位置：擲出 3 點、4 點、9 點

$$\text{機率} = \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

綠色位置：擲出 7 點、12 點

$$\text{機率} = \frac{6}{36} + \frac{1}{36} = \frac{7}{36}$$

橘色位置：擲出 11 點

$$\text{機率} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

紅色位置：擲出 6 點

$$\text{機率} = \frac{5}{36}$$

黃色位置：擲出 1 點

$$\text{機率} = \frac{0}{36} = 0$$

## 23 抽獎活動

頭獎 2 個，貳獎 3 個

設參獎  $x$  個，肆獎  $y$  個且  $x \neq 0$ 、 $y \neq 0$

公司員工共有 50 人，

預期價值為 1500，共需花費 75000 元

頭獎 2 名，獎金為 10000 元，

需花費 20000 元

貳獎 3 名，獎金為 5000 元，

需花費 15000 元

剩下可知參獎與肆獎共有 45 人，

即  $x + y = 45$

剩餘獎金需花費  $3000x + 500y = 40000$ ，  
化簡得  $6x + y = 80$   
故  $x = 7$ 、 $y = 38$

## 24 新聞媒體

- (1) 實值總薪資用的是算術平均數，均標用的是中位數
- (2) 算術平均數容易被極端值所影響  
如果運用全民總薪資中位數可能更適合
- (3) 此次學測中位數落在 6 級分，原始分數區間 31.46 ~ 37.74  
顯見超過一半的孩子未達 40 分，  
數學應該不要出那麼難

## 25 理財規劃

- (1) 期望投資組合回報  

$$= \frac{(50000 \times 4\% + 20000 \times 7\% + 30000 \times 9\%)}{100000}$$

$$= 6.1\%$$
- (2) 設債券投資  $x$  元、  
普通股票  $(80000 - x)$  元  

$$x \times 4\% + 20000 \times 7\% + (80000 - x) \times 9\%$$

$$= 7\% \times 100000$$

$$\Rightarrow 0.04x + 1400 + 7200 - 0.09x = 7000$$

$$\Rightarrow 0.05x = 1600$$

$$\Rightarrow x = 32000$$
 故債券投資調整為 32000 元  
普通股票投資調整為 48000 元

## 26 金融商品

從資料上述題目中可知：  
 $A$  基金的收益率  $> B$  基金的收益率，  
但是相對風險也比較大  
 $A$  基金的「每單位風險收益率」  

$$= \frac{0.38}{0.21} = 1.8$$

$B$  基金的「每單位風險收益率」  

$$= \frac{0.27}{0.07} = 3.9$$

故  $B$  基金比較優異

## 27 身材

數據標準化後

$$\text{小甯體重的 } z \text{ 分數} = \frac{51 - 55}{4} = -1$$

$$\text{小甯身高的 } z \text{ 分數} = \frac{158 - 161}{9} \approx -0.33$$

依此分數可知：

小甯的體重相對全班女生的平均比身高差距更多，體重比較輕

爸爸可以跟小甯說：「根據全班平均體重 55 公斤來看，小甯的體重 51 公斤是低於全班的平均，所以小甯沒有比較胖！」

## 28 移植手術

如果僅考慮存活率，那麼振興醫院就是最好的選擇，長庚醫院是第二選擇，但是增加案例數後，長庚醫院案例偏少，臺大醫院案例最多，這些數據還缺少病患的滿意度分析。

所以，數據正確與多元性可提供資訊越多，至於決定，要看考量的權重，以此例，成功率佔選擇的比重為何？案例數又佔比多少？如此也可以客觀地做出選擇。

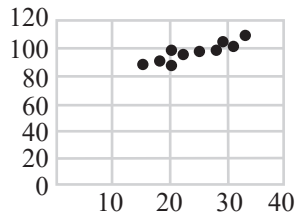
## 29 美國小姐

觀察兩筆數據，分布狀況似乎十分吻合，顯示兩個數據有相關程度高，但是相關程度高不代表有因果關係，不過很特別的是，會把這兩筆看似無關的數據放在一起觀察，或許透過一些科學性驗證，也許可以找出證據。



### 30 行銷廣告

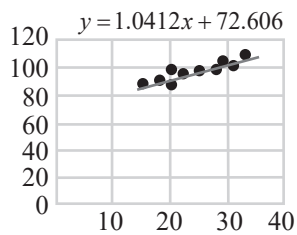
利用 Excel 繪製散布圖



計算相關係數 ( =CORREL(A1:J1A2:J2) )

$\approx 0.89060834$

高度相關，求出迴歸直線



迴歸直線可假設為： $y = 1.0412x + 72.606$

廣告預算編列 50 萬元

可得銷售量  $y = 1.0412 \times 50 + 72.606$

$\Rightarrow y = 124.666$

銷售量成長  $110 \times (1 + y\%) = 124.666$

$\Rightarrow y = 13.3327$

故成長超過 10%，達到老闆的要求



有 著 作 權 請 勿 侵 害

如果對本書有任何的批評和意見  
請撥打讀者服務專線 0800-060-559 或 E-mail : [service@taiyucoo.com.tw](mailto:service@taiyucoo.com.tw)

普通型高級中等學校數學領域

# 高中數學（二）素養題本

編 著 者 | 邱健銘

責任編輯 | 曾聖元

出 版 者 | 泰宇出版事業股份有限公司

地址：241新北市三重區重新路四段 53 號 12 樓

電話：(02)2984-4865 傳真：(02)2986-4034

網址：www.taiyucoo.com.tw

劃撥帳號 | 19157592 泰宇出版股份有限公司

登 記 證 | 局版臺省業字第608號

書籍編號 | 69202 A(8/1) Q

定 價 | 100 元



69202A



69202Q



- 如有缺頁、漏印或倒裝等情形，請寄回由本公司負責換新
- 本公司已盡力處理書中圖文之著作權事宜，若有疏漏，尚請原著作權人與我們聯繫