

看電影學物理-葉問 2

重心與質心

一、觀念剖析：

1. 重心：將物體各部位所受的重力總和，視為集中作用於一點，則該點稱為物體的重心。

例如我們小時候轉書時經常把手指頂在書的重心上以保持平衡，重量不均勻的球棒，我們找到重心位置時就可用一個手指頭支撐起來。(照片需重拍，或畫成漫畫)



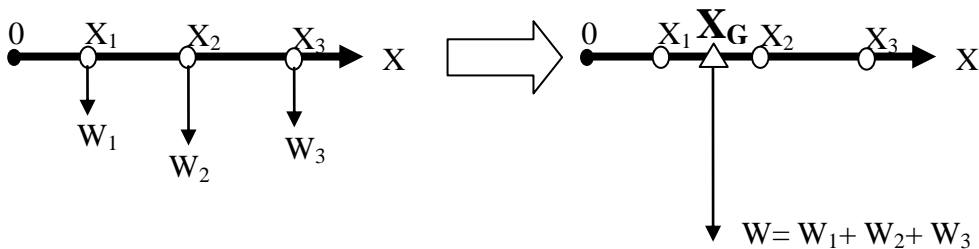
2. 重心找法：

(1) 座標法：
$$x_G = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

a. 想像一根質量極輕的竹竿，在不同的位置掛著重量與個數不同的香腸，若以原點 O 點為支點，則香腸 w_1 、 w_2 …… w_n 分別掛在 x_1 、 x_2 …… x_n 的座標上。此時香腸對 O 點造成的總力矩為： $w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n$ 。

b. 如果我們把所有的香腸都集中在一起，掛在某一點座標 x_G 也能得到相同的總力矩：

$$(w_1 + w_2 + \dots + w_n)x_G = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n$$

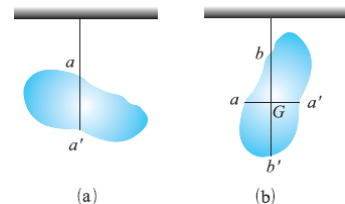


c. 移項後可得： $x_G = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$ ， x_G 即稱為所有香腸系統的重心位置。

(2) 懸吊法：

a. 先用繩子綁在物體的 a 點懸吊起來，平衡後畫 $\overline{aa'}$ ，此時重心

在 $\overline{aa'}$ 上。



- b. 在用繩子綁在物體的 b 點懸吊起來，平衡後畫 $\overline{bb'}$ ，此時重心在 $\overline{aa'}$ 和 $\overline{bb'}$ 的焦點上。

3.重心特性：

- (1)重心處重力=物體各質點重力之總和=物體的總重量。
- (2)重心產生的力矩=物體各質點所產生的力矩和（對任一支點而言）。
- (3)物體各質點對以重心處為支點時所產生的力矩和必為零。

證明： $\because (w_1 + w_2 + \dots + w_n)x_G = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n$
 $\Rightarrow w_1x_G + w_2x_G + \dots + w_nx_G = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n$
 $\Rightarrow w_1(x_1 - x_G) + w_2(x_2 - x_G) + \dots + w_n(x_n - x_G) = w_1x_{1G} + w_2x_{2G} + \dots + w_nx_{nG} = 0$
 其中 x_{1G} 、 x_{2G} …… x_{nG} 為以 x_G 為支點時，各質點到支點的力臂。

- (4)重心可能在物體內部，例如：書本；也可能在外部，例如：中空的甜甜圈。

4.質心：物體由許多小質點所組成，各質點的質量可視為集中於一點，此點的運動可代表整個物體的運動，稱該點為質量中心，簡稱質心。

- (1)質心位置： $x_c = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$
- (2)均勻重力場下，重心和質心位置重合。
- (3)在沒有重力的情形下，則沒有重心，但質心仍有意義。

二、物理來找碴：時間:42分19秒~44分45秒

1.影片中的洪師父(洪金寶 飾)和葉問(甄子丹 飾)，身材有明顯的差異，你覺得他們在桌子上比武



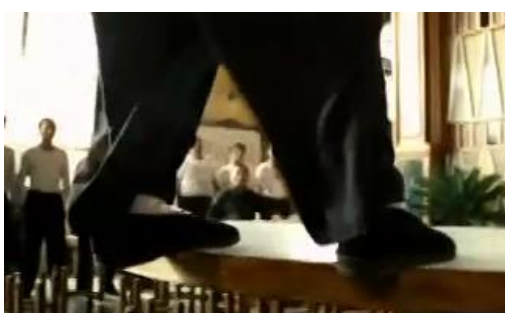
武



有可能平衡嗎？

2.打鬥過程中，葉問曾經險象環生，在桌緣將要向後倒前突然將雙手向前一伸便穩住了身體，這是為什麼呢？

3.在與洪師父打鬥的鏡頭，最後我們看見桌子因承受不了兩人造成的力矩而斷成兩半，畫面上我們看到他們都用腳向後踹了桌子，可是最後



都是向後的？！

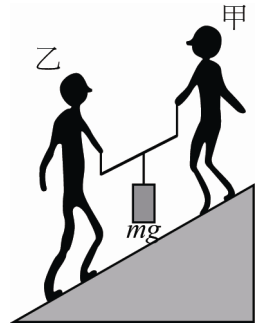


兩個人也後飛

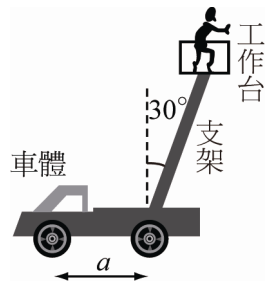
三、導演我最大：

1. 一重物以細繩固定於均勻木棒中心點，整個系統總重量為 mg 。甲、乙兩人站在斜坡上，從木棒兩端鉛直向上提起重物而達靜力平衡，如右圖所示。甲、乙兩人的施力量值分別為 $F_{甲}$ 與 $F_{乙}$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $F_{甲} < F_{乙}$ 且 $(F_{甲} + F_{乙}) < mg$ (B) $F_{甲} < F_{乙}$ 且 $(F_{甲} + F_{乙}) = mg$
 (C) $F_{甲} < F_{乙}$ 且 $(F_{甲} + F_{乙}) > mg$ (D) $F_{甲} = F_{乙}$ 且 $(F_{甲} + F_{乙}) = mg$
 (E) $F_{甲} > F_{乙}$ 且 $(F_{甲} + F_{乙}) > mg$ 。



2. 右圖為在水平面上的高架工作車示意圖，車體質量为 M (不含支架)，質心恰在前輪軸正上方，前後輪軸間距為 a 。均質支架質量為 $\frac{M}{8}$ ，支架底端的支點恰在後輪軸正上方。支架頂端工作台與人員總質量為 $\frac{M}{4}$ ，質心恰在支架頂端正上方。設工作時支架與鉛垂線的夾角為 30° ，要使車體不至翻覆，支架長度最大可為多少？ (A) $8a$ (B) $\frac{32a}{5}$ (C) $\frac{16a}{3}$ (D) $\frac{16a}{5}$ (E) $\frac{a}{8}$ 。

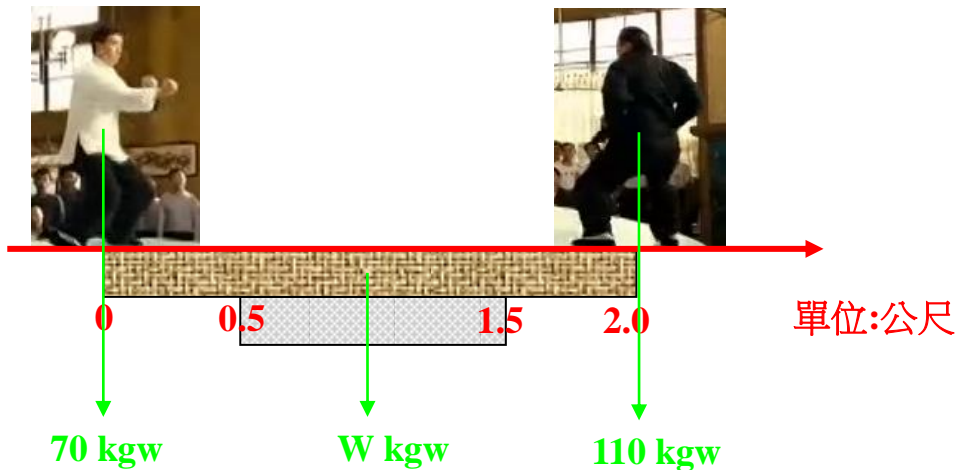


3. 右圖是坊間很流行的教具—平衡鳥，想想看它為什麼可以前後搖晃，但就是不會掉下來呢？



※物理來找碴解答：

1.甄子丹的體重約為 70 公斤，而洪金寶的體重則高達 110 公斤，若假設桌子直徑為 2 公尺，桌下的架子寬約 1 公尺，而桌子本身重量為 W 公斤重，試算一下甄子丹、洪金寶和桌子整體的共同重心會落在： $0.5 < x_G = \frac{70 \times 0 + W \times 1 + 110 \times 2}{70 + W + 110} < 1.5$ ，發現如果架子夠長，則只要 W 為正整數或即使是零都能滿足重心在架子兩端的範圍內，所以平衡是合理的。



但是如果兩個人都站在左端，粗略估計： $x_G = \frac{70 \times 0 + 110 \times 0 + W \times 1}{70 + W + 110} > 0.5$

則 $W > 180$ 公斤重，則桌子似乎太重了些，圖中兩人如果離越中心點越近，桌子所需重量越小才比較吻合事實。如果拍攝過程中，真是一鏡到底，完全不需鋼絲或道具，那麼真是令人佩服啊！

洪金寶說：圓桌大戰一早就設計好了，桌子周圍反過來放的木凳，在古代就是「刀林」，掉地即死。在圓桌上打的時候，我們都吊了一點鋼絲，桌子一歪，其實馬上就有人扶著。這場戲拍了八天。』

2.如果是站在光滑地面上，當你將手往前伸，則身體也會些微向後退，但整體的水平重心位置維持不變，但是葉問是站在有摩擦力的桌面，所以手向前伸時，身體的水平重心也會向前，只要能落在桌緣前端，就能保持平衡。

3.這一幕很明顯違反物理定律，根據作用力與反作用力，兩個人就算不向前飛，至少也會在原地落下，結果卻有莫名的力量，讓他們向後退，可見鋼絲吊很大！

※導演我最大解答：

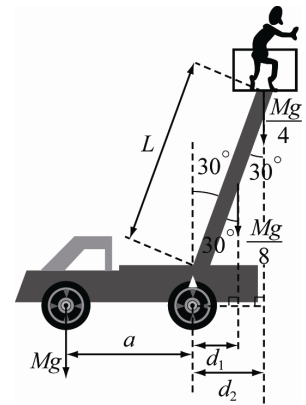
1.答案：D，因為木棒為靜力平衡故所受合力 $= 0 \Rightarrow F_{甲} + F_{乙} = mg$
且木棒受合力矩 $= 0$ ，以均勻木棒重心(即中心)為支點，則 $\tau_{甲} = \tau_{乙}$
 $\Rightarrow d_{甲} F_{甲} = d_{乙} F_{乙} \quad \therefore d_{甲} = d_{乙} \quad \therefore F_{甲} = F_{乙}。$

2. 答案：B，設支架長度最大為 L ，則整體的重心須在後輪前方才能維持力矩平衡，以後輪為支點，由轉動平衡可得：

$$\frac{Mg}{8} \times d_1 + \frac{Mg}{4} \times d_2 = Mg \times a$$

$$\Rightarrow \frac{Mg}{8} \times \left(\frac{L}{2} \sin 30^\circ\right) + \frac{Mg}{4} \times (L \sin 30^\circ) = Mg \times a$$

$$\Rightarrow L = \frac{32a}{5} \text{。}$$



3. 教具鳥的翅膀兩端其實有塞了鐵片，使得整體的重心會在鳥嘴的下方延線上，當以手為支點撐住鳥嘴時，重心會想保持在支點正下方使總力矩為零，所以無論怎麼搖晃，重心最終還是會回到原處以維持穩定平衡。

可參考國立科學教育館的空中腳踏車：<http://old.ntsec.gov.tw/m1.aspx?sNo=0003312>