

看電影學物理-翻滾吧阿信

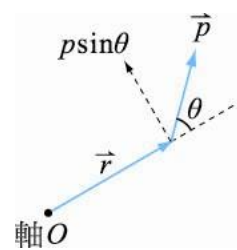
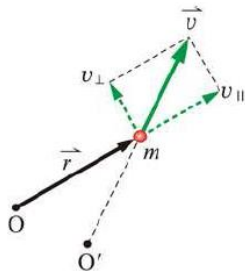
角動量守恆

一、觀念剖析：

直線運動中的物體有動量 $\vec{P} = m\vec{v}$ ；而對於觀察者而言，轉動中的物體則會有和動量相對應的轉動運動量，我們稱為角動量。

1.角動量定義：運動體 m 相對於參考點 O 的距離為 r 、速度為 v 其速度與 r 平行的分量為 $v_{||}$ 以及與 r 垂直的分量 v_{\perp} 。其中速度有垂直分量 v_{\perp} 相對於 O 點會有轉動傾向，我們定義角動量為： $L = r \times mv_{\perp} = rmv \sin \theta = rp \sin \theta$ ，單位：公尺²/秒 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$)。

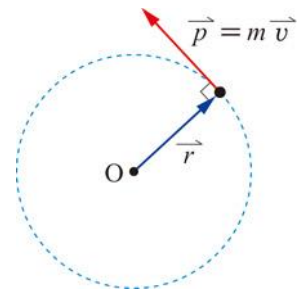
其中動量 $p = mv$ θ 為 \vec{r} 和 \vec{v} 的夾角 (將圖中 O' 和黑色虛線刪掉)



2.轉動慣量： $I = mr^2$ ， m 為運動體質量、 r 為其繞參考點 O 的旋轉半徑

$$L = r \times mv_{\perp} = rm(r\omega) = (mr^2)\omega = I\omega$$

- (1)在直線中，物體的運動量大小以動量 $p = mv$ 表示。
- (2)在轉動中，剛體旋轉的運動量大小以角動量 $L = I\omega$ 表示。
- (3)轉動慣量和運動體的質量 m 及繞參考點的半徑 r 有關
- (4)轉原子筆時，分別以中心點和以靠近筆尾為轉軸旋轉時，會覺得以筆尾旋轉較為困難，因為它的轉動慣量較大。



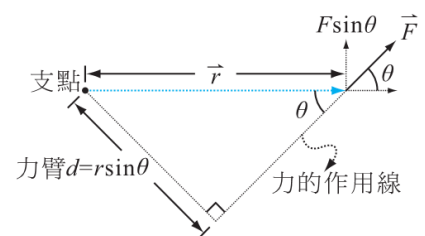
3.角動量守恆： $L = rp \sin \theta = rmv \sin \theta = r \times mv_{\perp} = mr^2 \omega = I\omega = \text{定值}$

(1)條件：力矩為零

力矩=力臂×垂直的力，

$$\text{即 } \tau = r \times F_{\perp} = r \times \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{rm(v' - v)}{\Delta t} = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

若 $\tau = 0$ ，則 $\Delta L = 0$ ，故角動量 $L = \text{定值}$



(2)跳水、溜冰選手沒有受到力矩作用，所以角動量守恆，可得 $L = I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

可以利用身體的收縮或伸展改變轉動慣量 $I = mr^2$ ，進而改變轉速 ω



二、物理來找碴：時間:1 時 36 分 40 秒~1 時 38 分 10 秒、2 時 00 分 45 秒 2 時 02 分 33 秒

1.影片中阿信在跳馬項目中，最拿手的招式「直體立崧」又稱為「崧立跳」，是在跳躍後用雙手一前一後撐住馬鞍當作支點，利用慣性速度造成側身的翻轉 270° 後落地，我們發現在空中的阿信會將雙手收縮，然後快速旋轉落地，這樣的動作對旋轉有什麼幫助嗎？



2.阿信因為小時候得過小兒麻痺，造成左腳肌肉萎縮而有長短腳的問題，影片中我們看到阿信在練習中落地時一直無法站穩，跌倒後還會向後翻滾，這是為什麼呢？

3.阿信在一次的單槓大迴旋練習中，不慎在落地前撞到額頭而受傷，在單槓練習中要怎麼控制身體的重心在能不停的旋轉呢？



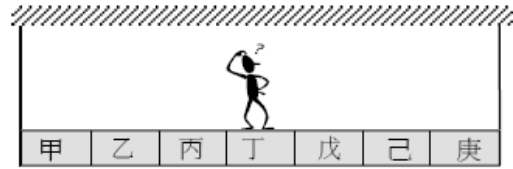
4.體操選手在上場前都會在手上塗抹白色粉末，它的成份是什麼呢？有什麼功能？



三、導演我最大：

1. 如下右圖所示，用兩條不可伸縮的繩子，使一質量均勻分布的平台懸吊成水平，平台上甲至庚的每一區塊寬度都相同，平台和繩子的質量可忽略。若張三的體重為70 公斤重，而每條繩子最多只能支持50 公斤重，則張三站在平台上的哪些區塊是安全的？ [91學測考]

- (A) 只有丁
(B) 只有丙、丁、戊
(C) 只有乙、丙、丁、戊、己
(D) 所有區塊

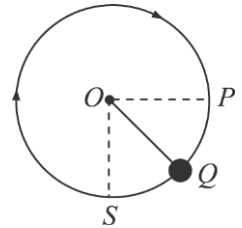


2. 質量為 m 的甲球與質量為 $5m$ 的乙球分別固定在一長為 L 的細桿兩端，並繞其質心以角頻率 ω 旋轉，轉軸與細桿垂直，旋轉時細桿長度不變；設細桿極輕，其質量可以忽略不計，且兩球的直徑與桿長相比極小，也可以忽略不計。則相對於質心，此轉動系統的角動量的量值為下列何者？

- (A) $\frac{1}{2}mL^2\omega$ (B) $\frac{2}{3}mL^2\omega$ (C) $\frac{5}{6}mL^2\omega$ (D) $\frac{21}{25}mL^2\omega$ (E) $6mL^2\omega$ 。 [96.指定科考]

3. 如圖 12 所示，以輕繩繫住的小球，繞一水平軸在一鉛垂面作順時針、半徑固定的圓周運動， O 點為其圓心。相對於 O 點而言，若忽略空氣阻力，則有關小球的角動量和小球所受的力矩的敘述，下列哪些項正確？

- (A) 繩上的張力不影響小球的角動量
(B) 小球角動量的方向是垂直射出紙面
(C) 小球角動量在 S 點時比在 P 點時為小
(D) 小球所受的重力力矩，在 P 點時比在 Q 點時為大
(E) 小球角動量隨時間的改變率，在 S 點時比在 Q 點時為大。 [98.指定科考]



※物理來找碴解答：

1. 對於阿信身體的重心為轉軸，重力對身體各部位的合力矩為零，所以轉動時角動量守恆 $L = I\omega = \text{定值}$ ，當阿信雙手收縮時，會使身體相對於轉軸的轉動慣量 $I = mr^2$ 變小(身體質量分佈較集中， r 變小)所以轉速 ω 會加快，可在落地前完成規定的旋轉角度。

2. 體操選手在空中翻滾時會有角動量，落地時利用地面的直撐力對身體重心造成反向的力矩以抵消原有的角動量，阿信因為雙腳受力不平均，所以在未能抵消原有的角動量下，會有剩餘的旋轉慣性而繼續翻滾。

但若體操旋手的腿力不足，落地後的翻滾反而是一種保護作用，就像跳傘員一樣，落地時利用轉動的動能分攤落地時衝撞的動能，並由膝蓋的彎曲延長緩衝時間，以減少衝撞力。

3. 單槓大迴旋動作可分解為

- (1) 下降時，身體充份伸展，使重心遠離握點，加大力臂，利用重力造成較大的力矩
- (2) 上升時，身體稍微彎曲，使重心接近握點，縮小力臂，使重力的反向力矩較小
- (3) 當向下力矩大於向上力矩，則整體的角動量增加，故能旋轉不停。

4. 俗稱止滑粉，是由碳酸鎂構成，可吸手汗保持手心乾燥以增加摩擦力。

導演我最大解答：

1. 解析：

(1) 以左端為支點，則人距離左端 N 格，由力矩關係可知：

$$\tau = 70 \times N \leq 50 \times 5, N \leq 5, \text{故向右最遠到戊。}$$

(2) 以右端為支點，則人距離右端 M 格，由力矩關係可知：

$$\tau = 70 \times M \leq 50 \times 5, M \leq 5, \text{故向左最遠到丙。}$$

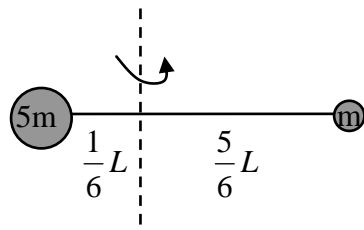
可知在丙、丁、戊之間的範圍皆可。

2. ∵ 兩球至質心的距離與其質量成反比

$$\therefore r_1 : r_2 = m_2 : m_1 = 5 : 1 \quad \text{又 } r_1 + r_2 = L \Rightarrow r_1 = \frac{5}{6}L, r_2 = \frac{1}{6}L$$

$$\text{轉動慣量 } I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = m \left(\frac{5L}{6}\right)^2 + 5m \left(\frac{L}{6}\right)^2 = \frac{5}{6}mL^2$$

$$\text{所以此轉動系統的角動量 } L = I\omega = \frac{5}{6}mL^2\omega。$$



3.(A) 繩張力指向支點 O ，即力臂為零，所以沒有力矩

(B) 由圖可知質點相對於 O 點作順時針旋轉，依右手定則可知角動量方向為指入紙內。

(C) 兩點轉動慣量 $I = mr^2$ 相等，在 S 點的速度較快，故角動量也比較大。

(D) 力矩 $\tau = r \times F_{\perp} = r_{\perp} \times F$ ， P 、 Q 兩點的 $F = mg$ 相等，但 P 點相對 O 點的力臂 r_{\perp} 比較大，所以力矩也比較大。

(E) $\tau = r \times F_{\perp} = r_{\perp} \times F = \frac{\Delta L}{\Delta t}$ ，所以力矩越大，(角動量時變率) $\frac{\Delta L}{\Delta t}$ 越大，可知 $S < Q$